УДК 621.9101

АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ ПРИ РОТАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ МАТЕРИАЛОВ

Д.Ходжибергенов, А.Жусипбеков, В.Печерский
ЮКГУ им.М.Ауезова, г. Шымкент

В зависимости от условий и схем резания ротационной обработки (РО) степень влияния параметров режима резания на температуру резания могут быть различными, что до некоторой степени объясняет противоречивость имеющихся в литературе данных.

Уменьшение интенсивности пластического деформирования срезаемого слоя и трения на передней [1-3] поверхности инструмента, вызываемое самоперемещением режущей кромки вокруг своей оси придает специфические особенности процессу резания, которые диктуют о необходимости уточнения аналитическим путем распространения тепла режущего инструмента.

При изучении распространения тепла в ограниченном теле необходимо к уравнению и к начальному условию добавить условия на границе тела, которые в простейших случаях являются граничными условиями первого, второго или третьего рода.

Рассмотрим простейшую задачу с однородными граничными условиями первого рода.

Найти решение уравнения теплопроводности

$$\mathbf{u}_t = a^2\, \Delta u \quad \text{внутри} \;\; T \;\; \text{при} \;\; t > 0, \tag{1}$$

где T – температура, ^{0}C, t – глубина резания, мм.

с начальным условием

$u(x, y, z, o) = \varphi(x, y, z)$

и граничным условием $u/\Sigma = 0$,

где Σ – граница области T.

В решении этой задачи применяем наиболее распространенный метод Фурье или метод разделения переменных с частными производными. Рассмотрим вспомогательную задачу в решении уравнения

$$\mathbf{u}_t - a^2\, \Delta u = 0 \quad \text{в} \;\; T \quad \text{при} \;\; t > 0, \tag{2}$$

удовлетворяющее однородному граничному условию $u/\Sigma = 0$ и представимое в виде произведения $u(M, t) = \nu\,(M)\, T(t) \neq 0$.

Разделяя переменные обычным способом, приходим к следующим условиям, определяющим функции $\nu\,(M)$ и $T(t)$:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\nu + \Delta\nu = 0 \;\; \text{в} \;\; T, \nu(M) \neq 0, \\ &\nu = 0\lambda\nu \to на\sum \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

и

$$T' + a^2\, \lambda T = 0 \tag{4}$$

Для функции ν получаем задачу на отыскание собственных значений, которая подчиняется задачам Штурма-Лиувилля:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Div}\;\; (k\; qrad\; \nu) - q\nu + \lambda\rho\nu = 0 \qquad (h>0,\; q\geq 0,\; \rho>0) \\ &\nu/\Sigma = 0, \end{aligned}\right\}$$

Такие значения параметра λ, как известно, называются собственными значениями, а соответствующие им решения - собственными функциями задач.

Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \dots$ – собственные значения, а $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n \dots$ – собственные функции задачи (3). Функция $\{\nu_n\}$ образует ортогональную систему.

Соответствующие функции

$T_n(t) = C_n e^{-a^2\lambda_n t}$ и вспомогательная задача имеет решение

$$u_n(M,t) = C_n \nu_n(M) e^{-a^2\lambda_n t} \tag{5}$$

Общее решение исходной задачи может быть представлено в виде:

$$u(M,t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-a^2\lambda_n t} \nu_n(M). \tag{6}$$

Удовлетворяя начальному условию

$$(M,0) = \varphi(M) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \nu_n(M), \tag{7}$$

находим коэффициенты,

$$C_n = \frac{\int_T \varphi(M') \nu_n(M') d\tau_{M'}}{\|\nu_n\|^2}$$

где $\|\nu_n\| = \left[\int_T \nu_n^2(M') d\tau_{M'} \right]^{1/2}$ - норма функции ν_n.

Функции (6) и (2) представляют следующее решение задачи.

Уравнение

$$u_t - a^2 \Delta u = f(M,t) \quad \left(f = \frac{F}{c\rho} \right) \tag{8}$$

при однородных граничном и начальном условиях может быть также решено методом разделения переменных.

Полагая, как обычно,

$$u(M,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \nu_n(M) \tag{9}$$

и разлагая функции $f(M,t)$ по собственным функциям $\nu_n(M)$

$$f(M,t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \nu_n(M), \; f_n(t) = \frac{1}{\|\nu_n\|^2} \;{}_T\!\int f(M,t) \nu_n(M) d\tau_{M'}, \tag{10}$$

получаем для определения $T_n(t)$ уравнение

$$T_n' + a^2 \lambda_n T_n = f_n(t) \tag{11}$$

с начальным условием $T_n(0) = 0$, если **u** $(M,0) = 0$, решение которого имеет вид:

$$T_n(t) = \int_0^t e^{-a^2\lambda_n^{(t-\tau)} f_n(\tau) d\tau} f_n(\tau) d\tau \tag{12}$$

Отсюда получаем:

$$u(M,t) = \int_o^t \int_T \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a^2 \lambda n (t-\tau)} \frac{\nu_n(M) \dot{\nu}_n(M')}{\|\nu_n\|^2} \right\} f(M',\tau) d\tau_{M'} d\tau. \tag{13}$$

Выражение в фигурных скобках соответствует функции влияния мгновенного источника мощности $Q = c\rho$, помещенного в точку M' в момент τ, в процессе резания на контактных поверхностях

$$G(M,t,M',\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\nu_n(M)\dot{\nu}_n(M')}{\|\nu_n\|^2}e^{-a^2\lambda n(t-\tau)} \quad (14)$$

Решение первой краевой задачи $\bar{u}$ для уравнения теплопроводности и с неоднородными граничными условиями $\bar{u}/\Sigma = \mu$, где μ – произвольная функция точки Р передней поверхности инструмента и времени легко приводится к решению и неоднородными граничными условиями $u/\Sigma = 0$, если положить

$$\bar{u} = \nu + \Phi, \quad (15)$$

где Φ – произвольная функция, подлежащая определению в интервале длины режущего инструмента уравнением Лапласа [4].

Если μ_0 = const, к задаче с однородными граничными условиями ввести функцию

$$\bar{u} = u + \mu_0\ (\Phi = const = \mu_0),$$

представляющую отношение стационарного решения.

Таким образом, основная трудность при решении задач о распространении тепла в ограниченной области состоит в нахождении собственных функций и собственных значений для данной области.

Форма решения (6), полученная методом разделения переменных, удобна для исследования достаточно развитой стадии процесса при больших t.

Собственные значения λ_n любой области быстро возрастают с номером n. Поэтому при $t>0$ ряд быстро сходится и начиная с некоторого момента, первый отличный от нуля член преобладает над суммой остальных членов.

$$u(M,t)\approx C_1\nu_1(M)e^{-a^2\lambda_1,t} \quad (16)$$

Это соответствует тому физическому факту, что, независимо от начального распределения, начиная с некоторого момента, в режущем инструменте устанавливается «регулярный» температурный режим, при котором «профиль» температуры не меняется во времени и с ними туда убывает по экспоненте с возрастанием времени. Измеряя температуру тела в произвольной точке M_0, находим, что

$$\ln|u(M_0,t)| \approx -a^2\lambda_1,t + \ln|C_1\nu_1(M)| \quad (17)$$

Эта функция реализуется, начиная с некоторого момента времени, что и требовалось доказать, так как полученные экспериментальным путем точки являются линиями первого порядка, прямой линией с условным коэффициентом – $a^2\lambda$. Зная λ_1, можно найти коэффициент температуропроводности.

Литература

1 Ходжибергенов Д., Кушназаров И., Марданов Б. Особенности процесса стружкообразования при МРО «Истиклал-И» //Материалы научно-теоретической технической конференции.-Навои, 1995.- С.137-139.

2 Ходжибергенов Д., Кушназаров И. Качество поверхностного слоя при режуще-упрочняющей обработке // Проблемы эксплуатации и совершенствования транспортных систем: сб. научных трудов Академии гражданской авиации.-СПб, № 8 (77). – 2001. -С. 111-114.

3 Ходжибергенов Д., Мухаммадиев Г. Взаимосвязь между передним углом γ и углом сдвига β при ротационной обработке // Известия ВУЗов. Технические науки.- №4.-2000.- С. 3-5.

4 Ходжибергенов Д. Стружкообразование и динамика при многолезвийной ротационной обработке: автореф. дис…. канд.тех.наук.- Ташкент, 1996.

Қорытынды

Мақалада ротациялық өңдеу, кесу кезінде температураның таратылуы туралы талдауы жүргізіледі. Үлгі тудыратындардың теңдеулеріне қаралатын талдау қарапайым физикалық мақсаттардан басталады. Біздің жағдайымызда теңдеу өзіне меншікті функцияларға арналған жеке туындылармен теңдеу ұсынады, сол себепті оны жеңіл есептеуге, өзіне меншікті функциялардың айқын ұсынып алу үшін шамамен Т облыстарына арналған шешім қаралған. Т облыстары үшін айқын ұсыну мүмкін, бірақ сонымен қатар арнайы функциялардың жаңа сынып кіріспелері талап етеді. Өзіне меншікті функциялардың жалпы қасиеттер және өзіне меншікті мағыналары қаралған сондай-ақ өзгергіш бөліну әдістері өткізілген.

Summary

In clause the analysis of distribution of temperature of cutting is resulted at rotational processing. The analysis begins with the elementary physical tasks resulting (bringing) in the equations of a considered (examined) type. In our case the equation for own functions represents the equation with private (individual) by owing to what it is easy to count on reception of obvious representation of own functions for any area T. Are considered the decision for areas T, for which the obvious representation is possible, though requires (demands) introduction of a new class of special functions. The general (common) property of own functions and own meanings (importance) is considered and the methods of division variable are carried out (spent).