

УДК 66.074

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ МОЛОЧНОЙ СЫВОРОТКИ  
В МЕМБРАННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ, ВЫПОЛНЕННЫХ В СИНУСОИДАЛЬНОЙ ФОРМЕ**

П.С.Султанбекова, А.А.Сапарбекова, Б.С.Шакиров  
ЮКГУ им.М.Ауезова, г. Шымкент

В последние годы в практике очистки сточных вод предприятий молочной промышленности все большее место занимают физико-химические методы, в частности, обратный осмос, ультрафильтрация и флотация [1]. Из сточных вод сыродельных заводов с помощью

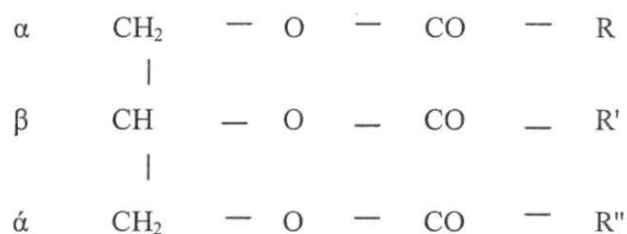
ультрафильтрации и обратного осмоса можно извлекать лактозу, протеин, молочную кислоту. Применение обратного осмоса технически возможно и экономически целесообразно для ивлечения ценных веществ из небольших по объему концентрированных стоков и получения пригодной для повторного использования чистой воды. 1 тонна молочной сыворотки, сливаемой в канализацию, загрязняет водоемы также, как 100 м<sup>3</sup> хозяйственно-бытовых стоков [2]

Мембранные процессы тесно связаны с молекулярной массой и размерами компонентов сырья, поэтому для сложной гетерогенной системы, к которой относится молочная сыворотка, они подходят в первую очередь. Предложенный нами мембранный аппарат [3] для ультрафильтрации молочной сыворотки содержит корпус с расположенными на его противоположных стенках патрубками ввода разделяемой смеси и вывода концентрата, крышку с патрубком вывода пермеата, параллельно расположенные прямоугольные мембранные элементы, состоящие из ребристых пластин, пористых подложек и полупроницаемых мембран, между которыми образованы параллельные проточные каналы, ориентированные от входного патрубка разделяемой смеси к выходному патрубку концентрата. Мембранные элементы выполнены в синусоидальной форме, причем ребра обеих поверхностей пластины расположены перпендикулярно направлению волны.

Задачей исследования является нахождение расчетной формулы для мембранного аппарата в синусоидальной форме мембран. Но для этого вначале рассмотрим свойства раствора подлежащего разделению.

Установлено, что в состав раствора входят жиры, белки, лактоза, соли и другие примеси. В этой связи, кратко рассмотрим некоторые аспекты химического состава присутствующих в растворе веществ.

Жиры - полные сложные эфиры глицерина и жирных кислот (триглицериды) общей формулы



где R, R', R'' - радикалы жирных кислот.

Наиболее часто в образовании жиров участвуют следующие кислоты:

CH<sub>3</sub>(CH<sub>2</sub>)<sub>16</sub>COOH - стеариновая

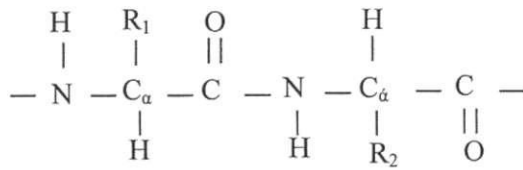
CH<sub>3</sub>(CH<sub>2</sub>)<sub>14</sub>COOH - пальмитиновая

CH<sub>3</sub>(CH<sub>2</sub>)<sub>7</sub>CH=CH(CH<sub>2</sub>)<sub>7</sub>COOH - олеиновая

Плотность всех жиров (кроме трибутирина; трибутирин - глицериновый эфир масляной кислоты, содержится в коровьем масле) обычно колеблется в пределах 0,91-0,97 г/см<sup>3</sup>.

Жиры принадлежат к числу веществ с низким поверхностным натяжением; они легко проникают в капилляры. В воде жиры практически нерастворимы, но образуют с ней эмульсии. Способность жиров к образованию стойких эмульсий особенно возрастает в присутствии различных детергентов (мыла, белки, желчные кислоты и др.). Примером такой эмульсии может служить молоко.

Белки (протеины) - высокомолекулярные природные соединения, являющиеся поликонденсатами α - аминокислот, так называемые биологические макромолекулы, их молекулярные массы составляют 10<sup>4</sup>-10<sup>6</sup> и более дальтон. Полимерная цепь белка - полипептидная цепь имеет следующее строение:



где боковые радикалы  $R_1, R_2$  и т.д. могут быть 20 разных сортов, и в совокупности заключают в себе сравнительно представительный набор функциональных групп - гидроксильные, карбоксильные, аминогруппы, короткие углеводородные цепи и ароматические кольца. Форма макромолекул белков может быть весьма различной: от шарообразных частиц (глобулярные белки) до нитей (фибриллярные белки).

Растворы белков обладают рядом свойств, характерных для лиофильных коллоидных растворов. Частицы белков не проходят через полупроницаемые мембраны, что используется для их очистки от НМС диализом.

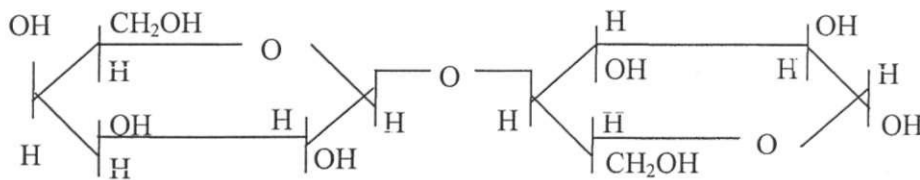
Наличие на поверхности частиц белков многочисленных полярных групп обуславливает их значительную гидратацию. Так, количество гидратационной воды, связанной альбуминами и глобулинами (альбумины образуют в воде коллоидные растворы; глобулины в воде нерастворимы, но растворимы в растворах нейтральных солей, например, NaCl), составляет 0,2-0,6 г на 1г сухого вещества (вес.).

В определенных условиях белки образуют гели (студни; гели - дисперсные системы с жидкой или газообразной дисперсионной средой и образуемой частицами дисперсной фазы пространственной структуры, такая сетка придает гелям механические свойства твердых тел).

Белки содержат кислые карбоксильные группы и аминогруппы со свойствами оснований и проявляют в растворах амфотерные свойства. При определенных значениях pH в растворах белков преобладает диссоциация тех или иных групп, что придает частицам белков соответствующий заряд и вызывает их движение в электрическом поле (электрофорез).

Важным свойством белков является их способность к денатурации, что сопровождается уменьшением их растворимости, увеличением вязкости, освобождением функциональных групп.

Лактоза (4- $\alpha$ -D-галактопиранозил-D-глюкопиракоза, молочный сахар)  $C_{12}H_{22}O_{11}$ - восстанавливающий



дисахарид, построенный из остатков D-галактозы и D-глюкозы. В водных растворах идет мутарация и образуется равновесная смесь с  $[\alpha]_D = +52.3^\circ - 55.3^\circ$ . Таким образом, при переработке сыворотки, как это следует из анализа свойств растворов, представляется целесообразным организация режима турбулентного течения.

В разработанном мембранном аппарате условие турбулентности достигается тем, что мембране придается синусоидальная форма.

Расчет проведем следующим образом. Рассмотрим две синусоидальные мембраны (рисунок 1).



Рисунок 1 - Синусоидальные мембраны

Звездочками обозначены участки, где создается давление, оказываемое быстрыми частицами под действием центробежной силы  $F$ .

Пусть в интервале  $[AB]$  укладывается целое число длин полуволин (рисунок 2), где  $\lambda$  - длина волны.

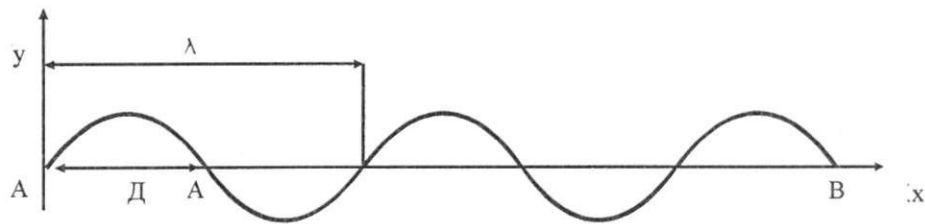


Рисунок 2 - Длины полуволин

Принимая в первом приближении полуволну  $AA_1$  за половину окружности, найдем радиус  $R_0$ . Тогда

$$F = \frac{mu_0^2}{R_0} \quad (1)$$

Так как быстрые частицы оказывают давление на всю площадь вогнутой стенки, то

$$P' = FS_0^{-1}, \quad (2)$$

где  $S_0$  - половина боковой поверхности цилиндра высотой  $H$  и радиусом основания  $R_0$ , т.е.

$$S_0 = \pi R_0 H \quad (3)$$

отсюда:

$$P' = \frac{F}{S_0} = \frac{mu_0^2}{R_0} \frac{1}{\pi R_0 H} = \frac{mu_0^2}{\pi R_0^2 H} \quad (4)$$

Полный объем жидкости протекающей через  $n$  капилляров, составит

$$V_n = nNN' \frac{\pi R^4 t}{8\ell \nu} \rho g H \quad (5)$$

Соотношение (5) было получено для случая, когда скорость движения жидкости между мембранными плоскостями равнялась нулю. Теперь необходимо учесть, во-первых, что скорость движения жидкости отлична от нуля, а во-вторых, принять во внимание изменение формы канала между мембранами. Поскольку уровень жидкости поддерживается неизменным, то для всех участков (рисунок 1) гидростатическое давление будет одинаковым ( $H = \text{const}$ ).

В  $\sim$  - фрагментах (рисунок 1) синусоидального канала скорость частиц достаточно мала по сравнению с быстрыми частицами  $*$  - фрагментов, поэтому для определения общего объема жидкости, протекающего через мембранные поры, равенство представим в виде

$$V = V(\sim) + V(*) , \quad (6)$$

где  $V(\sim)$  и  $V(*)$  - соответственно объемы жидкости, протекающие через поры  $N\beta$   $*$  - фрагментов.

Здесь возникает следующая задача: определение количества  $*$  - и  $\sim$  - фрагментов в зависимости от четности числа длин полуволн  $\Theta$ . Очевидно, что если  $\Theta$  - число нечетное и ход синусоиды начинается так, как показано на рисунке 1, то число  $*$  - фрагментов  $\alpha$  - мембраны на единицу больше числа  $*$  - фрагментов  $\beta$  - мембраны (в свою очередь, число  $\sim$  - фрагментов  $\alpha$  - мембраны на единицу меньше числа  $\sim$  - фрагментов  $\beta$  - мембраны); если  $\Theta$  - четное, то тогда число  $*$  - фрагментов  $\alpha$  - мембраны равно числу  $*$  - фрагментов  $\beta$  - мембраны (также, число  $\sim$  - фрагментов  $\alpha$  - мембраны равно числу  $\sim$  - фрагментов  $\beta$  - мембраны). Таким образом, отсюда можно сделать вывод, что независимо от четности числа длин полуволн, число  $*$  - фрагментов на  $\alpha$  - и  $\beta$  - мембранах равно  $\Theta$  (число  $\sim$  - фрагментов на  $\alpha$  - и  $\beta$  - мембранах также равно  $\Theta$ ).

Полученные результаты позволяют видоизменить задачу, смысл которой теперь заключается в том, что

$$V_n = V(\sim) \quad (7)$$

а  $V(*)$  - это тот дополнительный объем жидкости, протекающий через поры  $*$  - фрагментов  $\alpha$  - и  $\beta$  - мембран под действием центрабежной силы, т.е. в расчете на две мембраны. Следовательно,

$$V(*) = \frac{\pi R^4 t}{8\ell \nu} \frac{m u_0^2}{\pi R_0^2 H} n N N' = n N N' \frac{m u_0^2 R^4 t}{8\ell \nu H R_0^2} \quad (8)$$

Таким образом, имеем

$$V_{\Sigma} = n N N' \frac{m u_0^2 R^4 t}{8\ell \nu H R_0^2} + n N N' \frac{\pi R^4 t}{8\ell \nu} \rho g H = n N N' \frac{R^4 t}{8\ell \nu} \left\{ \pi \rho g H + \frac{m u_0^2}{H R_0^2} \right\} \quad (9)$$

### Литература

- 1 Анцыпович И.С., Попенко Л.Я. Охрана окружающей среды на предприятиях мясной и молочной промышленности. – М.: Агропромиздат, 1986.-255 с.
- 2 Евдокимов И.А., Рябцева С.А., Никульникова И.К. Экологичность и экономичность переработки лактозосодержащего сырья //Материалы научно-теоретической конференции.-Углич, 1995.
- 3 Султанбекова П., Сапарбекова А., Шакиров Б. Ультрафильтрационное концентрирование молочной сыворотки в мембранном аппарате // V конференция с международным участием «Высокоэффективные пищевые технологии, методы и средства для их реализации».- М., 2007.- С.119-121.

### Қорытынды

Синусоидальды пішінде орындалған мембрандық элементте сүт сарысуын ультрасүзгілеудің математикалық моделі ұсынылды. Мембрандық аппараттың қуыстары арқылы өтетін сұйықтық көлеміне арналған есептік теңдеу алынды.

### Summary

Mathematical model of an ultra filtration of dairy whey in a membrane elements executed in the sine wave form is offered. The estimated formula is received for volume of a liquid flowing through pores of membrane apparatus.