

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ГАЗА НА ТЕПЛООБМЕН В АППАРАТЕ С НАСАДКАМИ

Б.Р.Исмаилов, Л.П.Холпанов, Х.Б.Исмаилов, Б.Айтуреев
 ЮКГУ им. М.Ауезова, г.Шымкент,
 Институт проблем химической физики РАН, г.Москва

Р

В последние годы существенно возросло число работ, посвященных разработке и расчету массообменных аппаратов с регулярными насадками. При этом достаточно полно изучены вопросы рационального размещения насадок различных форм, влияния режимных и геометрических характеристик на гидродинамику и, в конечном итоге, на массообмен. Исследователями на основе теоретических и экспериментальных исследований сделан вывод о том, что распределение скорости потока в контактной зоне оказывает решающее влияние на тепломассообмен. Однако число работ, в которых дается явная количественная оценка влияния гидродинамики на тепломассообмен, ограничено. Это связано, в частности, со сложностью совместного решения уравнений Навье-Стокса и тепломассообмена.

В связи с этим, в данной работе нами применена упрощенная методика исследования влияния гидродинамических параметров на теплообмен, заключающаяся в применении решения модельной задачи к проблеме обтекания системы тел разных форм. Модельная задача состоит в следующем: Рассматривается двухмерное ламинарное обтекание газом треугольной насадки в ламинарном режиме. Стенки предполагаются изотермическими (случай А) и адиабатическими (случай Б) (рисунок 1).

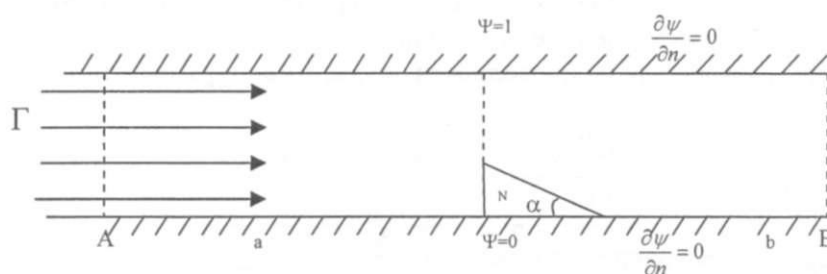


Рисунок 1 - Расчетная область и граничные условия

Газ, имеющий на входе известное распределение скорости, через определенное расстояние обтекает уступ. Расстояние b выбирается из условия восстановления равномерности распределения горизонтальной составляющей скорости.

Динамика газа достаточно точно описывается уравнениями Навье-Стокса и неразрывности [1]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

где U, V - составляющие вектора скорости, м/с; ρ - давление, кг/(мс); x, y - продольные и поперечные координаты прямоугольной системы координат; ν - коэффициент кинематической вязкости, м²/с. Давление P характеризуется ударами колеблющихся молекул газа о стенки канала и насадки N и условие на границе для него оказывается неоднозначным [2,3]. Более простым для реализации и физически ясным оказывается описание динамики газа в терминах «функция тока - завихренность» [2]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega \quad (4)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad (5)$$

где ψ - функция тока, ω - напряжение завихренности, $\text{Re} = \frac{U_0 d_p}{\mu}$.

По определению функции тока: $U = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $V = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$. Все величины в системе безразмерные, d - эквивалентный диаметр.

Важной задачей расчета аппаратов является определение поля температур $T(t, x, y)$, а также нахождение потоков теплоты $g(t, x, y)$. Если известна плотность потока g , то суммарный

перенос теплоты Q через поверхности F можно вычислить по формуле: $Q = \int_F (\vec{g}_F \cdot \vec{n}_F) dF$, где

\vec{n}_F - единичный вектор нормали к поверхности, коэффициент теплоотдачи вычисляется по

формуле $\alpha = \frac{Q}{F(T_c - T_f)}$, T_c и T_f - температуры стенки и несущего газового потока. Но T_f яв-

ляется функцией координат, поэтому необходимо различать средний по поверхности коэффициент теплоотдачи и локальный коэффициент теплоотдачи.

Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье-Кирхгофа имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (6)$$

где a - коэффициент температуропроводности среды: $a = \frac{\lambda}{C_p \rho}$,

λ - коэффициент теплопроводности, C_p - удельная теплоемкость.

Таким образом, математическая модель процесса теплоотдачи состоит из уравнений Навье-Стокса (4),(5), уравнения теплопроводности (6) и граничных условий:

$$\psi|_{\Gamma} = const, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 0, \quad T|_{\Gamma} = T_c = const \quad \text{или} \quad \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 0 \quad (7)$$

Для нестационарного процесса функции ψ, ω, T являются функциями координат и времени. Поэтому обозначим $\varphi_{i,j}^k = \varphi(x_i, y_i, t_k)$, где φ - одна из неизвестных функций. Решим задачу (4)-(7) методом [1].

Преобразование конечно-разностной схемы для уравнения (4) при применении для вторых производных аппроксимаций второго порядка точности приводит к следующей формуле:

$$\psi_{i,j}^{k+1,s+1} = \psi_{i,j}^{k+1,s} + \alpha_0 \left[\frac{1}{4} (\psi_{i+1,j}^{k+1,s} + \psi_{i-1,j}^{k+1,s+1} + \psi_{i,j+1}^{k+1,s} + \psi_{i,j-1}^{k+1,s+1} - h^2 \psi_{i,j}^{k+1,s}) - \psi_{i,j}^{k+1,s} \right], \quad (8)$$

где индекс S относится к производной $\frac{\partial \psi}{\partial \sigma}$ по шагу фиктивного времени σ , введенного для

проведения итераций; $\alpha_0 = 4 \frac{\sigma}{h^2}$ - итерационный параметр, выбираемый из условий устойчивости [2]; h -шаг сетки по координатам x, y . В точках $(i, j, -1)$ $(i, -1, j)$ применяется модификация Зейделя, т.е. используются значения функций для момента времени $k+1$.

Явная схема (8)-(9) реализована при разных числах Re согласно алгоритму метода установления [1]. На рисунке 1 приведены изолинии тока при $Re=10$, которые сгущаются выше уступа, далее через определенное расстояние приобретают практически первоначальное распределение. Вычислительный эксперимент, проведенный при числах Рейнольдса от 10 до 2000, показал, что уже при $Re=100$ начинают появляться вихревые зоны (рисунок 2).

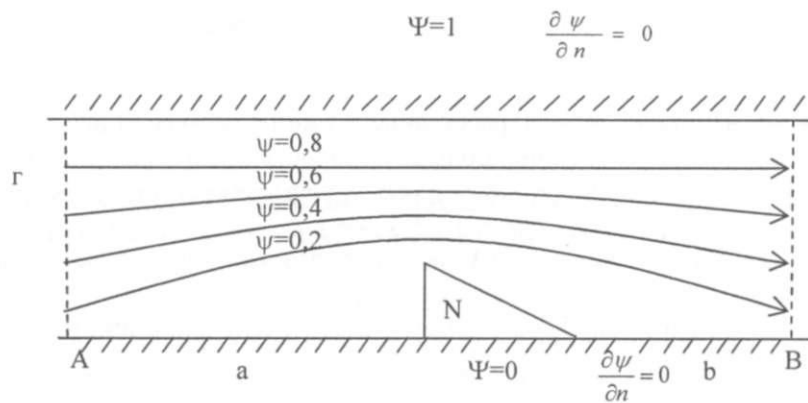


Рисунок 2 - Изолинии тока при $Re=10$

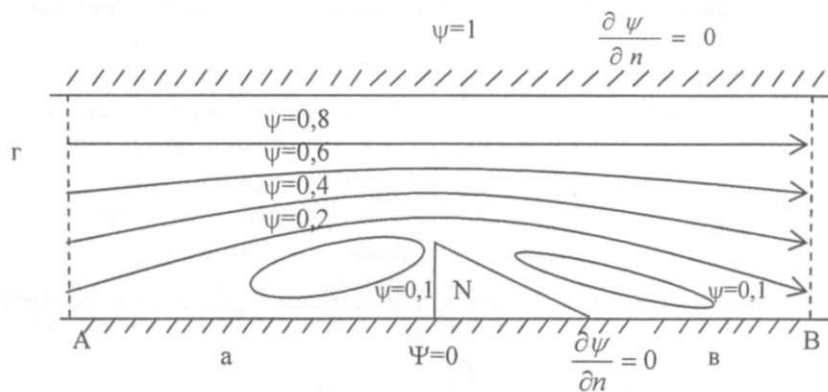


Рисунок 3 - Изолинии тока при $Re=100$

В качестве условия восстановления изолиний нами применяется следующее неравенство:

$$\max |\psi_{i_b+1,j} - \psi_{i_b,j}| < \varepsilon,$$

где i_b - индекс линии сетки по «х», соответствующий величине b . Например, при $\varepsilon=0,05$ $b \approx 9,8d$, а при $\varepsilon=0,001$ $b \approx 40d$, что соответствует известным данным по ламинарному обтеканию тел [2].

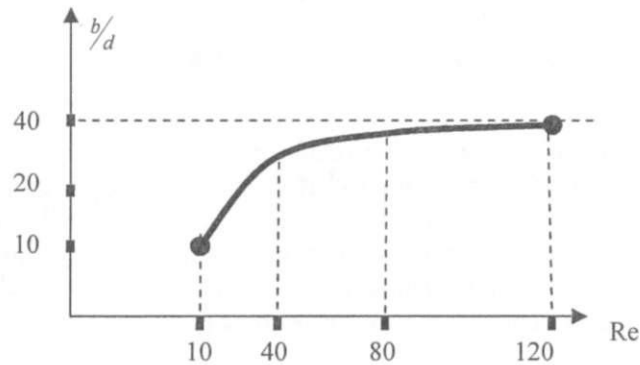


Рисунок 4 - Зависимость длины установления b от Re

Таким образом, начиная с $Re=80$, расстояние b уже практически не зависит от Re . Это можно объяснить тем, что при достаточно больших скоростях газа силы инерции преобладают над силами вязкости и за счет большой кинетической энергии газа возмущения, вносимые уступом, «гасятся».

Полученные численные значения U, V нами использованы для расчета температуры для случаев А и Б.

Уравнение (6) в безразмерных переменных имеет следующий вид (черточки над переменными опущены):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (9)$$

где $Pe = \frac{U_0 d_3}{a}$ - критерий Пекле ($Pe=Re Pr$); U_0 - характерная (среднерасходная) скорость газа;

d_3 - эквивалентный диаметр; $\bar{t} = t/d_3/U_0$; $\bar{x} = x/d_3$; $\bar{U} = U/U_0$; $\bar{V} = V/U_0$.

Конечно-разностная схема для численного решения уравнения (9) имеет следующий вид:

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k - h_t (U_{i,j}^k \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k}{h} + V_{i,j}^k \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k}{h}) + \frac{h_t}{Pe} (T_{i+1,j}^k - 4T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k + T_{i,j-1}^k + T_{i,j+1}^k). \quad (10)$$

Для случаев А и Б граничные условия для температуры имеют, соответственно, следующий вид:

$$T_{i,j}^k = const, \quad \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{i,j,k} = 0. \quad (11)$$

Литература

- 1 Исмаилов Б.Р. Моделирование многоступенчатого взаимодействия газа и жидкости. –Алматы: Кітап палатасы, 2002.-103с.
- 2 Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепломассообмена.- М.: Наука, 1984.-284с.
- 3 Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К. и др. Численные методы исследований течения вязкой жидкости. –М.:Мир, 1972.-324с.

Қорытынды

Масса алмасу аппаратында гидродинамиканың және жылу алмасудын математикалық модель жасалды. Үшбұрышты денені айналып өту модельдегі мәселесі үшін гидродинамика және жылу өткізгіштік тендеулерін сандық тәсілдермен шешіп, жылдамдық, ағымдық функция және температураның изотермиялық, адиабаталық режимдердегі мәндері есептелді.

Summary

It is organized mathematical modeling of hydrodynamics and heat exchange in mass exchanged device. For toy problem of flow around triangular adjutage are found are found distribution to velocities, functions of the current and curl, as well as the temperature for isothermal and adiabatic mod.