

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБМОТКИ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

А.И.Айнабеков, У.С.Сулейменов, Н.Ж.Жанабай
ЮКГУ им. М.Ауезова, г.Шымкент

Для повышения несущей способности и существенной экономии металла цилиндрических оболочек в различных отраслях техники применяется предварительное напряжение [1-3]. Наиболее эффективным видом предварительного напряжения в цилиндрических оболочках является навивка высокопрочного профиля на корпус оболочки под углом или перпендикулярно к образующей оболочки.

Известно, что предварительное напряжение дает возможность управления напряженно – деформированным состоянием предварительно напряженной оболочки путем изменения главным образом параметров предварительного напряжения: усилия, шага и угла навивки нити обмотки [3].

Рассмотрим тонкостенную оболочку, предварительно напряженную высокопрочной проволокой.

Примем материал стенки оболочки и проволоки обмотки изотропной. Все параметры, относящиеся к стенке оболочки, обозначим индексом «с», к проволоке – «п».

Условие равновесия элемента стенки оболочки будет следующим:

$$\sigma_{1пн}(l_c \delta_c + l_n \delta_n) = \sigma_{1c} \delta_c l_c + \sigma_{1n} \delta_n l_n \quad (1)$$

где $\sigma_{1пн}$ – окружные напряжения в предварительно напряженной оболочке: σ_{1c} и σ_{1n} – окружные напряжения соответственно в стенке оболочки и в проволоке обмотки, δ_c – толщина стенки оболочки, δ_n – приведенная толщина намотки, l_c – длина образующей оболочки, l_n – ширина намотки.

Установим связь напряжения в нити обмотки σ_n с главными напряжениями в слое обмотки, в соответствии с рисунком 1 [4].

$$\sigma_{1n} = \frac{d}{ds_1} \left(\sigma_n \sin \alpha \delta_{on}^2 \frac{l_1}{a} \sin \alpha \right) = \frac{\delta_{on}}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha, \quad (2)$$

где $\frac{l_1}{a} \sin \alpha$ – число витков нити, пересекающих участок l_1 ; $s_1 = \delta_{on} l_1$ – произвольно выбранная элементарная площадка в окружном направлении; σ_n – напряжение в нити обмотки, a – шаг навивки нити обмотки.

Подставляя (2) в условие равновесия элемента стенки предварительно напряженной оболочки (1), получим:

$$\sigma_{пн}(l_c \delta_c + l_n \delta_n) = \sigma_{1c} \delta_c l_c + \frac{\delta_{on}}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha \delta_n l_n \quad (3)$$

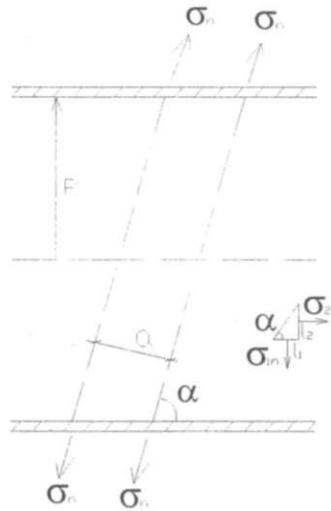


Рисунок 1 - Схема навивки нити обмотки на стенку оболочки при наклонной намотке

Напряжение в предварительно напряженной оболочке нагруженной внутренним давлением, определяется из

$$\sigma_{\text{пн}} = \frac{pR}{\delta_c + \delta_n}, \quad (4)$$

где p - внутреннее давление; R - радиус кривизны оболочки.

Подставив (4) в соотношение (3), получим:

$$\frac{pR(l_c \delta_c + l_n \delta_n)}{\delta_c + \delta_n} = \sigma_{lc} \delta_c l_c + \frac{\delta_{on}}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha \delta_n l_n, \quad (5)$$

В соответствии с [4], величины радиуса R , толщины оболочки δ_c , приведенной толщины обмотки δ_n , длины образующей оболочки l_c и ширина обмотки l_n связаны с их исходными геометрическими значениями $R_o, \delta_{co}, \delta_{no}, l_{oc}, l_{on}$ следующими соотношениями:

$$R = R_o e^{\varepsilon_{1pc}}; \delta_c = \delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc}}; l_c = l_{oc} e^{\varepsilon_{2pc}}; \delta_n = \delta_{on} e^{\varepsilon_{3pn}}; l_n = l_{on} e^{\varepsilon_{2pn}}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{1pc}, \varepsilon_{2pc}, \varepsilon_{3pc}$ - пластические деформации стенки оболочки соответственно в окружном, осевом и радиальном направлениях; $\varepsilon_{2pn}, \varepsilon_{3pn}$ - пластические деформации обмотки в направлении продольной оси оболочки и в радиальном направлении; e - основание натурального логарифма.

Исходную приведенную толщину обмотки δ_{on} можно определить по исходному диаметру проволоки d_o и числу слоев в намотке n по следующей формуле:

$$\delta_{on} = 0,5 d_o \sqrt{\pi n} \quad (7)$$

Используя условие постоянства объема при пластической деформации $\varepsilon_{1p} + \varepsilon_{2p} + \varepsilon_{3p} = 0$, будем иметь:

$$\varepsilon_{2p} + \varepsilon_{3p} = -\varepsilon_{1p} \quad (8)$$

Учитывая, что в рассматриваемом элементе предварительно напряженной оболочки $l_{oc} = l_{on} = l_o$, из выражения (5) с учетом (6) и (8) получим выражение для внутреннего давления в предварительно напряженной оболочке:

$$p = \frac{(\sigma_{1c} \delta_{oc} e^{-\varepsilon_{1pc}} + \sigma_n \delta_{on} e^{-\varepsilon_{1pn}} \sin^2 \alpha) (\delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc}} + \delta_{on} e^{\varepsilon_{3pn}})}{R_0 e^{\varepsilon_{1pc}} (\delta_{oc} e^{-\varepsilon_{1pc}} + \delta_{on} e^{-\varepsilon_{1pn}})} \quad (9)$$

Внутреннее давление p в предварительно напряженной оболочке можно определить также из следующего соотношения [2]:

$$p = \frac{2\sigma_{2c} \delta_c}{R} \quad (10)$$

Введем параметр напряженного состояния оболочки, который является отношением осевых напряжений оболочки к окружным:

$$k = \frac{\sigma_{2c}}{\sigma_{1c}} \quad (11)$$

Учитывая (6) и (11), преобразуем (10) в следующий вид:

$$p = \frac{2k\sigma_{1c} \delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc}}}{R_o e^{\varepsilon_{1pc}}} \quad (12)$$

Приравняв правые части выражения (9) и (12), будем иметь:

$$\frac{2k\sigma_{1c} \delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc}}}{R_o e^{\varepsilon_{1pc}}} = \frac{(\sigma_{1c} \delta_{oc} e^{-\varepsilon_{1pc}} + \sigma_n \frac{\delta_{on}^2}{a} e^{-\varepsilon_{1pn}} \sin^2 \alpha) (\delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc}} + \delta_{on} e^{\varepsilon_{3pn}})}{R_o e^{\varepsilon_{1pc}} (\delta_{oc} e^{-\varepsilon_{1pc}} + \delta_{on} e^{-\varepsilon_{1pn}})} \quad (13)$$

Преобразуя выражение (13), получим:

$$2k\sigma_{1c} \delta_{oc}^2 e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pc}} + 2k\sigma_{1c} \delta_{oc} \delta_{on} e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pn}} = \sigma_{1c} \delta_{oc}^2 e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pc}} + \sigma_{1c} \delta_{oc} \delta_{on} e^{\varepsilon_{3pn} - \varepsilon_{1pc}} + \sigma_n \frac{\delta_{on}^2}{a} \delta_{oc} e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pn}} \sin^2 \alpha + \sigma_n \frac{\delta_{on}^3}{a} e^{\varepsilon_{3pn} - \varepsilon_{1pn}} \sin^2 \alpha \quad (14)$$

и в окончательном виде после некоторых преобразований

$$\begin{aligned} & \frac{\delta_{on}^3}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\varepsilon_{3pn} - \varepsilon_{1pn}} + \delta_{oc} \frac{\delta_{on}^2}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pn}} + \\ & \delta_{oc} \delta_{on} (\sigma_{1c} e^{\varepsilon_{3pn} - \varepsilon_{1pc}} - 2k\sigma_{1c} e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pn}}) + \delta_{oc}^2 \sigma_{1c} e^{\varepsilon_{3pc} - \varepsilon_{1pc}} (1 - 2k) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Из условия постоянства объема напряженно – деформированного состояния оболочки, работающей в условиях двухосного напряженного состояния, можно найти напряжения и деформации, входящие в уравнение (15), из следующих соотношений [5]:

$$\begin{aligned} \sigma_{1c} &= \frac{\sigma_{1c}}{\sqrt{1 - k + k^2}}; \quad \varepsilon_{1pc} = \frac{2\varepsilon_{1pc}}{2 - k} \sqrt{1 - k + k^2}; \\ \sigma_{1c} &= A_c \left(\frac{2\varepsilon_{1pc}}{2 - k} \right)^{m_c} (1 - k + k^2)^{\frac{m_c - 1}{2}}; \\ \varepsilon_{2pc} &= \frac{2k - 1}{2 - k} \varepsilon_{1pc}; \quad \varepsilon_{3pc} = -\frac{1 + k}{2 - k} \varepsilon_{1pc} \end{aligned} \quad (16)$$

и для материала проволоки обмотки, работающего в условиях осевого растяжения:

$$\sigma_{1n} = \sigma_{in}; \quad \varepsilon_{1pn} = \varepsilon_{ipn}; \quad \varepsilon_{2pn} = \varepsilon_{3pn} = -0,5\varepsilon_{1pn} \quad (17)$$

Раскроем выражение (15) подставив выражения (16) и (17):

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta_{on}^3}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\frac{3}{2} \varepsilon_{1pn}} + \delta_{oc} \frac{\delta_{on}^2}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\frac{1+k}{2-k} \varepsilon_{1pc} - \varepsilon_{1pn}} + \\
& + \delta_{oc} \delta_{on} (A_c \left(\frac{2\varepsilon_{1pc}}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} e^{\frac{1}{2} \varepsilon_{1pn} - \varepsilon_{1pc}} - \\
& - 2k A_c \left(\frac{2\varepsilon_{1pc}}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} e^{\frac{1+k}{2-k} \varepsilon_{1pc} + \varepsilon_{1pn}}) + \\
& + \delta_{oc}^2 A_c \left(\frac{2\varepsilon_{1pc}}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} (1-2k) e^{-\frac{3}{2-k} \varepsilon_{1pc}} = 0
\end{aligned} \tag{18}$$

При достижении материалом стенки оболочки в окружном направлении предела текучести $\varepsilon_{1p} = 0.002$, выражение (18) преобразуется в следующий вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta_{on}^3}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{1.5 \varepsilon_{1pn}} + \delta_{oc} \frac{\delta_{on}^2}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\frac{1+k}{2-k} 0.002 - \varepsilon_{1pn}} + \\
& + \delta_{oc} \delta_{on} (A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} e^{-0.5 \varepsilon_{1pn} - 0.002} - \\
& - 2k A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} e^{\frac{1+k}{2-k} 0.002 + \varepsilon_{1pn}}) + \\
& + \delta_{oc}^2 A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} (1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} (1-2k) e^{\frac{0.006}{2-k}} = 0
\end{aligned} \tag{19}$$

Выражения (18) и (19) учитывают изменение напряженного состояния предварительно напряженной оболочки в процессе ее нагружения внутренним давлением.

Приближенное аналитическое выражение для параметра напряженного состояния с погрешностью, не превышающей 5-8%, можно получить, если принять $(1-k+k^2)^{\frac{m_c-1}{2}} \approx 1$ при $k \rightarrow 1$:

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta_{on}^3}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{1.5 \varepsilon_{1pn}} + \delta_{oc} \frac{\delta_{on}^2}{a} \sigma_n \sin^2 \alpha e^{\frac{1+k}{2-k} 0.002 - \varepsilon_{1pn}} + \\
& + \delta_{oc} \delta_{on} (A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} e^{-0.5 \varepsilon_{1pn} - 0.002} - 2k A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} e^{\frac{1+k}{2-k} 0.002 + \varepsilon_{1pn}}) + \\
& + \delta_{oc}^2 A_c \left(\frac{0.004}{2-k} \right)^{m_c} (1-2k) e^{\frac{0.006}{2-k}} = 0
\end{aligned} \tag{20}$$

Литература

- 1 Беленя Е.И., Астряб С.М., Рамазанов Э.Б. Предварительно-напряженные металлические листовые конструкции. - М.: Стройиздат, 1979. - 192 с.
- 2 Моношков А.Н., Лупин В.А., Кутепова В.И. К оценке прочности бандажированных труб // Проблема прочности. - 1972. - №2. - С. 111-114.
- 3 Воеводин А.А. Предварительно напряженные системы элементов конструкции. - М.: Стройиздат, 1989. - 298 с.
- 4 Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. - М.: Машиностроение, 1975. - 400 с.
- 5 Головлев В.Д. Особенности металла к глубокой вытяжке // Новые процессы обработки металлов давлением. - М.: Изд-во АН СССР, 1962. - С. 102-106.

Қорытынды

Мақалада алдын-ала кернеуленген кабықшалардың ішкі қысымда жұмысы кезіндегі кернеулену күйін бағалау формулалары шығарылды. Алдын-ала кернеулеу параметрлерінің кабықшаның кернеулену күйіне әсері талданды.

Summary

In clause the formulas for an estimation of the intense condition previously of intense environment are received at its job under internal pressure. The influence of parameters of a preliminary pressure on the intense condition of an environment is shown.