

МАТЕМАТИКАДАН ТЕОРИЯЛЫҚ ОҚУ МАТЕРИАЛДАРЫН ЛОГИКАЛЫҚ-ТІЛ ТҰРҒЫСЫНАН ТАЛДАУ

Д.Рахымбек, Н.К.Мадияров, Ж.Д.Изтаев
М.Әуезов атындағы ОҚМУ, Шымкент қ.

Америка оқу орындарының біріндегі ғылыми кеңесте пәндерді оқытуға неше сағаттан уақыт бөлу туралы мәселе талқыланады. Кезек математика мен ана тіліне келгенде тартыс қызу болғаны соншалықты, бұрын ғылыми кеңестерде аузын ашпайтын ұлы физик Джон Гибс шыдай алмай, отырған орынынан “Математика – бұл тіл ғой!” деген екен.

Ғылыми ұғымдар жүйесі мен олардың арасындағы қатынастар, тұжырымдамалар, қорытындылар әрбір пәннің негізін құрайды. Қорытынды-ұғымдар арасындағы логикалық байланыстарды тағайындайды.

Гнесеологиялық тұрғыдан қарағанда, тіл, сана және білім (ұғым, тұжырым, қорытындылар) өзара диалектикалық бірлікте, өзара әсерде көрінеді. Бірақ игерілген **білімдер**, сананың дамуы үшін, тек **қажетті** шарт қана. Олар **жеткілікті** шартқа айналуы үшін, бірінші кезекте оқу материалын логикалық-тіл тұрғысынан талданатынын да білу керек. Мұның мән-мағынасы мыналар:

а) Математикалық сөйлем (анықтама, аксиома, теорема...) жеке-жеке **математикалық ұғымдардан** тұрады. Мысалы: “жазықтықтағы түзудің әрбір нүктесінен оған перпендикуляр тек бір ғана түзу жүргізуге болады”. Түзу, нүкте, перпендикуляр түзу ұғымдарынан құрылған.

б) Бір-бірімен өзара логикалық байланыста болатын математикалық ұғымдар берілгенде, олар қатысатын **математикалық сөйлем** (анықтама, аксиома, теорема...) құрылады. Мысалы: нүкте, түзу, бұрыш, сәуле, толықтырушы жарты түзу ұғымдарын пайдаланып, іргелес бұрыштар ұғымына анықтама беріледі: “Егер екі бұрыштың бір қабырғасы ортақ, басқа қабырғалары толықтырушы жарты түзулер болса, олар **іргелес (сыбайлас) бұрыштар** делінеді”.

Мұндай оқу жұмысының өте тиімді жағы, шәкірт төмендегі ғылыми қорытындылардың дұрыстығына толық сенімділігі артады.

1) Нақты бір ұғымға анықтама беру үшін, алдын-ала белгілі ұғымдар жүйесі болуы қа-

жет. Оқушылар ғылымда анықтама берілмейтін – **алғашқы** ұғымдардың болатынын біледі. Мысалы, математикада сан, нүкте, түзу, жазықтық т.б. анықтамасыз қабылданған ұғымдар. Басқа ұғымдардың анықтамасы тұжырымдалады. Бұл ұғымдар арқылы анықталатын ұғымдар **туынды** ұғымдар деп аталады. Әрбір анықтама ғылымға жаңа ұғымды, яғни осы ұғымның мән-мағынасын адам санасында бекітетін сөз – **терминді** енгізеді.

2) Анықтама берілмейтін алғашқы ұғымдардың қасиеттері аксиомалар арқылы тұжырымдалады. Аxiоmа грек сөзінен алынған, қазақша мағынасы “құрметке лайық” дегенді білдіреді. Ақиқатында да құрмет ететін кісінің әрбір сөзіне сенесің! Осыған сәйкес аксиомаларда тұжырымдалған пікірге қосылуға тиістіміз. Аксиомаларда тек осы ғылыми пәнде анықтамасыз қабылданатын, яғни алғашқы ұғымдарға ғана қатысады және осы ұғымдар арасындағы ең маңызды қатынастар - логикалық байланыстар айқындалады. Мысалы: “Кез-келген екі нүкте арқылы бір және тек бір ғана түзу жүргізуге болады”. Бұл пікірдегі нүкте, түзу ұғымдары геометрия курсы мазмұнды – аксиоматикалық (дедуктивтік) негізінде құру мақсатында анықтамасыз қабылданған, яғни алғашқы ұғымдар.

3) Теоремалардың (гректің theorema сөзінен алынған, қазақша “ойлап көремін” деген сөз) тұжырымдамаларына осы пән көлемінде анықталмайтын (алғашқы) және анықталатын (туынды) ұғымдар қатысады. Мысалы: “теңбүйірлі үшбұрыштың табанындағы бұрыштар тең” теоремасын алайық. Бұл теоремада тең бүйірлі үшбұрыш, тең бүйірлі үшбұрыштың табаны, бұрыш, тең ұғымдары қатысқан. Сонымен, алғашқы және туынды ұғымдар арасындағы ең маңызды байланыстарды айқындайтын пікірді бейнелейтін сөйлем **теорема** делінеді.

4) Таза математикалық ұғымдардың табиғаты екі түрлі болуы мүмкін:

а) **Ұғым-объектілер**: нүкте, түзу, қыр, бұрыш, биіктік, аудан, көлем, үшбұрыш, пирамида, шар,...

б) **Ұғым-қатыстар**: арасында жатады, арқылы өтеді, ұқсастық, теңдік, қосу, азайту, көбейту, бөлу,...

Енді осы мәселелерге тереңірек тоқталып өтейік. Сонымен, анықтама берілмейтін алғашқы ұғымдар арасындағы ең қарапайым қатынастарды айқындайтын пікірлер аксиомалар екен. Аксиомаларда айтылған пікір соншалықты қарапайым, түсінікті баяндалғандықтан, олардың дұрыстығы былайша да айқын болады. Мысалы: барлығымыздың санамызда берік орын алған “Екі нүктеден тек қана бір түзу жүргізуге болатындығы” туралы аксиоманы алайық және бұл пікірге сенбестен, күмәнданып, екі түзу жүргізіп көрейік. Бұл үшін қанша әрекет жасамайық, яғни қарындаштың ұшын үшкірлеп, сызғыштың қисық-қыңырлығын тексеріп көрмейік, бәрібір ол күмәніміз шындыққа айналады. Нәтижеде аксиомада тұжырымдалған пікірді дұрыс деп алуға мәжбүр боламыз.

Аксиомаларды халық мақалдарына ұқсатуға болады. Шынында да, мақалда айтылған пікір ата-бабаларымыздың күнделікті тәжірибесінде мыңдаған жылдар бойы қайталануы нәтижесінде, оның дұрыстығына шүбә келтіруге болмайтындай және ол санамызда “мақал” атымен берік орын алған. Мақал – халық-ауыз әдебиетінің жанры, ол қысқа да нұсқа бейне, грамматикалық және логикалық пікір. Әсерлеп айтқанда, ата-бабаларымыздан бізге моральдық-білімдік, танымдық мирас болып келе жатқан мақалдар біздің Ата заңымызға - Конституциямызға да ұқсайды. Мақалды кейде ғибратты сөз, аталар сөзі, нақыл, сенімді сөздер деп те атайды. Шынында да, Конституциямыздың әрбір бабында баяндалған заңдарға бағыну, заңдар негізінде әрекет жасау әрбір азаматтың ардақты борышы. Осыған сәйкес, математикада қабылданған аксиомалардағы тұжырымдалған пікірге сену шарт.

Математиканы аксиоматикалық негізде құруды әрбір зерттеуші (автор) өзінше шешуге тырысады. Мысалы, мектеп геометрия курсы мазмұнды аксиоматикалық негізде құруда анықтама берілмейтін ұғымдар және дәлелдеусіз қабылданған пікірлер (аксиома) саны әртүрлі болуы мүмкін: А.П.Киселевте - 14, А.Н.Колмогоровте -12, А.В.Погореловте - 10 аксиома бар.

Пәнді мазмұнды-аксиоматикалық негізде құру үшін қабылданған аксиомалар жүйесі өз кезегінде **толықтық, тәуелсіздік, қайшылықсыздық талаптарын** қанағаттандыруы керек. Бұл терминдердің мағынасын түсіну үшін төмендегі теңдеулер жүйесін қарастырайық:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 8 \\ 2x + 3y - z = 12 \end{cases}$$

Мұнда теңдеулер саны 2, ал айнымалылар саны 3. Демек, толықтық талабы орындалмайды. Жүйеге тағы бір теңдеуді қосайық:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 8 \\ 2x + 3y - z = 12 \\ 4x + 6y - 2z = 24 \end{cases}$$

Мұнда тәуелсіздік талабы орындалмайды. Себебі үшінші теңдеу екінші теңдеудің салдары. Енді үшінші теңдеу орнына басқа теңдеуді алайық:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 8 \\ 2x + 3y - z = 12 \\ 4x + 6y - 2z = 10 \end{cases}$$

Үшінші теңдеу екінші теңдеуге қайшы. Басқа бір теңдеу аламыз:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 8 \\ 2x + 3y - z = 12 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

Енді бұл теңдеулер жүйесін шешуге болады.

Мектеп геометрия оқулықтарындағы теориялық оқу материалын дедуктивтік негізде баяндауда анықтамасыз қабылданған ұғымдар саны және дәлелдеусіз қабылданған пікірлер (аксиомалар) саны қаншалықты кем болса, оқулықтың дедуктивтік дәрежесі соншалықты жоғары болатынын ерекше атап өткен жөн.

Бірақ түсіну (ұғыну) дәрежесі деген психологиялық ұғым бар. Біз дедуктивтікті жоғарылатқанмен оны оқушылар түсінбесе (өткен ғасырдың 70 – жылдарында А.Н.Колмогоров жетекшілігінде жазылған геометрия оқулықтары бұған нақты мысал бола алады), бұдан не пайда? Кемшілік болса болар, бірақ пайдасы жоқ. Себебі, сыныптағы барлық оқушылардың барлығы бірдей болашақта математик болуды негізгі мақсат етіп қоймайды-ғой!

Олай болса, жалпы білім беретін мектеп математика (алгебра, геометрия) оқулықтарын қатаң дедуктивтік (аксиоматикалық) түрде жазу жалғыз ғана жол болуы шарт деген пікірден аулақ болуы керек. Әрине, бұл мектеп математика курсына аксиоматикалық әдістен бүтіндей бас тарту керек деген мағынаны білдірмейді. Бұл туралы жалпы білім беретін орта мектептің математикадан мемлекеттік стандарттарында нақты белгіленген: 7-сыныпта геометрия курсына аксиоматикалық негізде құру тақырыбына 3 сағат уақыт бөлінген. Бұл жерде мынадай проблема туындайды: Неге 7-сыныпта, 9-сыныпта емес? Неге, дәл геометрия курсына, алгебра курсына емес? Бұл секілді проблемалар мемлекеттік білім беру стандарттарын жақсарту процесінде өз шешімін табады деген үміттеміз.

Біздіңше, жалпы білім беретін орта мектепті бітірген жастар қарапайым дәлелдеулер жүргізу, белгілі тұжырымдарға сүйеніп логикалық жолмен ой қорытулар жасау, ой қорытулардың логикалық дұрыстығын бағалау, айтылған пікірді теріске шығару үшін қарсы мысалдарды пайдалану секілді дағдыларға ие болуы керек. Сондықтан мектеп математика курсына оқыту мақсаттарының бірі - математика ғылымының әмбебап тілі, нақты дүниедегі оқиға және құбылыстарды моделдеу құралы ретіндегі, сондай-ақ математикалық идеялар және әдістер туралы оқушылар жалпы түсінікке ие болуы назарда болуы керек.

Осы мәселелер мектеп математика курсына теоремалар мен дәлелдеуге қажетті тұжырымдарды талдау, олардың дұрыстығын дәлелдеу барысында іске асырылады. Бұл тұжырымдардың білімдік, тәрбиелік және дамытушылық маңызы басымдары оқулықтарда міндетті түрде білім алуға қажет тұжырымдар ретінде теоремалар деген атпен енгізіледі. Қалғандары дәлелдеуге тиісті мәселелер-есеп-теоремалар ретінде беріледі. Бұл тұрғыдан қарағанда, “теорема” мен “дәлелдеуге тиісті мәселе” терминдері синонимдер. Мектеп оқулықтарында кейбір тұжырымдар бір оқулықта теорема деп берілсе, екінші оқулықта дәлелдеуге тиіс мәселе ретінде берілгенінің куәсі боламыз.

Математикалық білімдерді логикалық тұрғыдан баяндауда “егер..., онда...”; “осыдан”;

“сондықтан”; “онда” сияқты логикалық қатынастарға сүйенеді. Бұлар бір пікірден (тұжырымнан) екіншісіне өтуге, яғни туынды білімдерді алуға мүмкіндік береді. Осылай математиканың дедуктивтік - әдемі, сұлу ғимараты құрылады. Бейнелі түрде “Математика – бұл әйел, ал логика оның киімі” деп босқа айтпаған. Таза математикалық білімдер логикалық білімдермен өзара сәйкестендірілгенде, олар білімдерді өз бетінше игерудің құдіретті құралына айналады.

Сонымен, мектеп математика курсының теориялық оқу материалын логикалық-тіл тұрғысынан талдау төмендегілерге алып келеді:

Теориялық оқу материалы ана тіліндегі хабарлы сөйлем түрінде баяндалады. Ана тіліндегі “сөйлем” математика тілінде “пікір” деп те қолданылады. Екі термин мәндес, яғни олар синонимдер. Осыдан математикалық тіл ана тіл аясында қалыптасатынын, математиканы үйренуге бел байлаған әрбір адам, ең алдымен, ана тіліміздің заң-ережелерін толық меңгерген болуы, ал бұл үшін ана тілі пәні оқу орындарындағы өзге пәндердің өзегін құрауы қажеттілігін көрсетеді.

Математикалық сөйлемдер: **анықтамалар, ой қорытулар, ой қорыту формалары** түрінде беріледі. Анықтама пәнге жаңа терминді енгізеді және ол дәлелдеуді талап етпейді.

Ой қорытулар аксиома, теорема (формула), лемма сияқты формаларда кездеседі. Теорема пәнге жаңа пікірді енгізеді. Оның дұрыстығын дәлелдеу талап етіледі. Теоремадан тікелей алынатын логикалық тұжырым **салдар** делінеді. Ой қорыту формалары теңдеулер және теңсіздіктер түрінде кездеседі.

Формула (латынның *formula* сөзінен алынған, қазақша форма, ереже, бұйрық, өкім деген мағыналарды білдіреді) – қандай да бір сөзді өрнектейтін математикалық белгілер комбинациясы. Мысалы: екі санның қосындысының квадраты; шеңбердің ұзындығы; дөңгелектің ауданы немесе екі жердегі екінің беске теңдігі туралы формулалар. Формула арқылы күрделі пікір ықшам және қолайлы түрде өрнектеледі. Формула ақиқат (дұрыс) немесе жалған (дұрыс емес) болуы мүмкін. Мысалы, жоғарыда айтылған соңғы формула жалған. Егер формула ондағы белгілердің кез келген мәндерінде ақиқат болса, ол дәл, ақиқат делінеді оны жалпы тұжырым деп түсінеміз.

Теориялық оқу материалын логикалық-тіл тұрғысынан талдауы математикалық сөйлемдердің құрылымындағы жалпылық және айырмашылықтарды анықтауға, олардың пәндегі ролі мен орнын саналы және белсенді түсінуге мүмкіндік береді. Сондықтан оқытушы теориялық оқу материалын оқыту үрдісіне енгізуге дайындалғанда оны, ең алдымен, психолингвистикалық тұрғыдан талдауы қажет. Мұның түп тамыры төмендегідей: Егер оқушыға жеткізілуі тиіс оқу ақпараты - сөйлемдегі сөздер саны 10-12-ден артық болса, бұл ақпараттың ми жарты шарларында сөздер, символдар (мидың сол жақ жарты шарында) және бейнелер, графиктер (мидың оң жақ жарты шарында) түрінде кодталуы әжептеуір қиын өтеді. Пікірдегі сөздер саны артып кетсе, бейнелеп айтқанда, “баланың бір құлағынан кіріп, екінші құлағынан шығып кетеді”. Нәтижеде, бала “Ағай, қазіргі айтқанызды қайталаңызшы” деп өтініш жасауы жиі болады. Сондай-ақ лингвистикада “тілдегі артықшылық” деген ұғым бар. Мысалы, орыс тіліндегі артықшылық 80 пайызды құрайды екен. Мұның мағынасы 100 сөз арқылы өрнектелген пікірді 20 сөз арқылы баяндау мүмкін екен. Бірақ оның екінші жағы да бар: ықшам пікірдің түсінілуі де қиын болады.

Резюме

В статье излагаются приемы логико-лингвистического анализа учебно-теоретического материала школьного курса математики. Приводятся примеры осуществления логико-лингвистического анализа математических предложений как условия повышения качества обучения.

Summary

The logical Linguistic analysis of teaching – theoretical materials of school mathematics course and was presented examples of the logical linguistic analysis mathematics sentences as the improving of quality of teaching is considered in this article.