УДК 583.16

ДВИЖЕНИЕ МЕЛКИХ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОМ ГАЗОВОМ ПОТОКЕ ВБЛИЗИ ТВЁРДОЙ СТЕНКИ

А.М.Бренер, У.Умбетов, М.-Б. Югай
ЮКГУ им.М.Ауезова, г.Шымкент

Ранее, в работе [1] была представлена математическая модель движения капель в турбулентном газовом потоке, позволяющая по достаточно простому алгоритму рассчитывать траекторию и относительную скорость движения капли даже для потоков, обладающих сложной структурой. Предложенная в [1] модель хорошо зарекомендовала себя в практике расчётов движения капель и твердых частиц с диаметрами порядка $\sim 10^{-3}$ м в стационарных газовых потоках при любых числах Рейнольдса. Это объясняется тем, что принятый в [1] квадратичный закон сопротивления весьма универсален и включает в себя инерционные эффекты; эффекты, обусловленные нелокальностью [2], а также члены, представляющие присоединённую массу [3]. Вместе с тем, необходимо заметить, что для частиц с диаметрами порядка 10^{-5} м и меньше, движущихся в турбулентных газовых потоках, обоснованность модели, предложенной в [1], существенно снижается. Действительно, турбулентный газовый поток можно рассматривать как квазистационарный только в пространственных областях, существенно превышающих масштаб турбулентности [4]:

$$\lambda_0 \sim \left(\nu^3 / \varepsilon\right)^{1/4}, \tag{1}$$

где ν - кинематическая вязкость газа, ε -удельная величина диссипации энергии в турбулентном газовом потоке.

Таким образом, если речь идёт о движении частиц с диаметром порядка λ_0, то необходимо обязательно учитывать пульсационные составляющие скорости газа в окрестности движущейся частицы *[5]. Если* принять, как в [1], что возмущение газового потока движущейся в нём мелкой частицей достаточно мало и не влияет на общую гидродинамическую картину и характеристики турбулентности, то можно представить скорость газа в окрестности частицы в следующем виде [5]:

$$\vec{W}_g = \vec{W}_{g0} + V'(\vec{i}\cos(\omega t) + \vec{j}\sin(\omega t)), \tag{2}$$

где V' - амплитуда пульсационной составляющей, ω - частота турбулентных пульсаций. Для амплитуды V' можно использовать закон Колмогорова-Обухова [4]

$$V' \sim (\varepsilon d)^{1/3}, \tag{3}$$

где d - диаметр частицы, Для частоты турбулентных пульсаций справедлива оценка [4]:

$$\omega \sim \frac{\left|\vec{W}_{g0}\right|}{\lambda_0}. \tag{4}$$

В выражениях (2), (4) $\vec{W}_{g0}$ - основная стационарная составляющая скорости газового потока, по модулю которой производится расчёт числа Рейнольдса. Кроме того, для мелких частиц, скорость которых на всём протяжении их движения остаётся близкой к скорости витания, использование квадратичного закона сопротивления является, вероятно, слишком грубой аппроксимацией. Известно, что расчёт силы сопротивления по закону Стокса в этом случае более обоснован. При этом, естественно, возникает вопрос о самостоятельном рассмотрении в уравнении движения частицы силы Бэссета, связанной с нестационарностью движения частицы и вытекающей отсюда нелокальностью [2]; а также и подъёмной силы, обусловленной среднеквадратичной завихренностью турбулентных пульсаций [2]. Кроме того, вблизи твёрдой стенки подъёмная сила возникает также вследствие больших градиентов продольной компоненты стационарной составляющей. С учётом сказанного, уравнение движения частицы в турбулентном газовом потоке вблизи твёрдой стенки можно записать следующим образом:

$$m_p \frac{d\vec{W}_p}{dt} = C\pi\mu d(\vec{W}_g - \vec{W}_p) + \vec{F}_{l1} + \vec{F}_{l2} + \vec{F}_b + m\vec{g}\ . \qquad (5)$$

В уравнении (1) $m_p = \frac{\pi d^3}{6}\rho_p$ - масса частицы; d - её диаметр; C – коэффициент сопротивления Стокса [2]; μ - коэффициент динамической вязкости; $\vec{W}_g$ - скорость газа; $\vec{W}_p$ - скорость частицы.

$$\left|\vec{F}_{l1}\right| = K\mu d^2 \sqrt{\frac{1}{\mu}\left|\frac{dW_{g0x}}{dy}\right|}(W_{g0x} - W_{px}), \qquad (6)$$

где $\vec{F}_{l1}$ - подъёмная сила, обусловленная градиентом продольной скорости вблизи твёрдой стенки; ν - коэффициент кинематической вязкости, W_{g0x} - продольная компонента скорости газового потока, W_{px} - параллельная стенке компонента скорости частицы. Подъёмная сила направлена по нормали к стенке, т.е. вдоль оси y.

$$\left|\vec{F}_{l2}\right| = K\mu d^2 \left|W_{px} - W'_{gx}\right| \left(\varepsilon/\nu^2\right)^{1/4}, \qquad (7)$$

где W'_{gx} - пульсационная составляющая скорости газа. $\vec{F}_{l2}$ - сила, обусловленная среднеквадратичной завихренностью турбулентных пульсаций [2,4].

Что касается силы Бэссета $\vec{F}_b$, то она может играть существенную роль только при очень больших значениях ускорения частицы [2]. Поэтому величина силы Бэссета для частиц, движущихся со скоростью, близкой к скорости витания вблизи твёрдой стенки, где наблюдается также снижение интенсивности турбулентных пульсаций, будет, скорее всего, не очень велика. С учётом изложенных соображений можно предложить следующую модель для расчёта составляющих скорости движения мелкой частицы в турбулентном газовом потоке вблизи твёрдой стенки:

$$m_p \frac{dW_{px}}{dt} = C\pi\mu d(W_{g0x} + V'\cos(\omega t) - W_{px}) + mg + K\mu d^2 \left\{ \sqrt{\frac{1}{\nu}\left|\frac{\partial W_{g0x}}{\partial y}\right|}(W_{g0x} - W_{px}) + (W_{px} - V'\cos(\omega t))\left(\varepsilon/\nu^3\right)^{1/4} \right\}$$

$$m_p \frac{dW_{px}}{dt} = C\pi\mu d(W_{g0x} + V'\sin(\omega t)) + K\mu d^2 \left\{ \sqrt{\frac{1}{\nu}\left|\frac{\partial W_{g0x}}{\partial y}\right|}(W_{g0x} - W_{px}) + (W_{px} - V'\cos(\omega t))\left(\varepsilon/\nu^3\right)^{1/4} \right\} \qquad (8)$$

Система уравнений (8) принципиально пригодна для пошагового расчёта движения частицы. Однако известно, что в задачах тепло-и массообмена конечной целью является зачастую расчёт не абсолютной скорости частицы, а её относительной скорости. Это связано с тем, что значения относительных скоростей используются в критериальных уравнениях для коэффициентов тепло-и массоотдачи. Если, как в [1], записать для производной скорости частицы:

$$\frac{d\vec{W}_p}{dt} = \frac{d\vec{W}_g}{dt} + \frac{d\vec{W}_{rel}}{dt}, \qquad (9)$$

где $\vec W_{rel}$ - относительная скорость частицы, то далее получаем для первого слагаемого и правой части выражении (9) соотношения, подобные выведенным в [1], но с учётом пульсационных составляющих скорости турбулентного газового потока:

$$\frac{d\vec W_p}{dt} = \frac{\partial \vec W_g}{\partial t} + \left(\frac{\partial \vec W_g}{\partial \vec r}, \frac{d\vec r}{dt}\right) = \frac{\partial \vec W_g}{\partial t} + \left(\frac{\partial \vec W_g}{\partial t}, \vec W_p\right).$$

Далее получаем:

$$\frac{d\vec W_p}{dt} = \omega V'(-\vec i \sin(\omega t) + \vec j \cos(\omega t)) + \left(\frac{\partial \vec W_g}{\partial \vec r}, \vec W_p\right), \tag{10}$$

где тензор-производная поля скоростей газа, в отличие от [1], теперь выражается в форме:

$$\frac{\partial \vec W_g}{\partial \vec r} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_{g0x}}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial x}\cos(\omega t) & \frac{\partial W_{g0x}}{\partial y} + \frac{\partial V'}{\partial y}\cos(\omega t) \\ \frac{\partial W_{g0x}}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial x}\sin(\omega t) & \frac{\partial W_{g0x}}{\partial y} + \frac{\partial V'}{\partial y}\sin(\omega t) \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Подставляя (10), (11) в систему (8) с учётом выражений

$$W_{px} = W_{g0x} + V'\cos(\omega t) + W_{relx}$$

$$W_{px} = W_{g0x} + V'\cos(\omega t) + W_{relx}$$

получаем искомую систему для расчёта компонент относительной скорости частицы, движущейся в турбулентном газовом потоке вблизи твёрдой стенки.

Предложенная в настоящей работе модель представляется достаточно универсальной, разумеется, в пределах оговоренных в работе ограничений. Без существенного изменения полученных выражений в нашу модель может быть включена сила Бэссета [2], а также учтены законы изменения интенсивности турбулентных пульсаций вблизи стенки.

Литература

1 Бренер А.М., Болгов Н.П., Казиев М.Т., Орымбетов Э.М. Упрощённая модель движения капли в газовом потоке //Теор. основы хим. технологии.- 1987.-Т.21, №1.-С.126-130.

2 Rizk M., Elghobashi S. The motion of a spherical particle suspended in a turbulent flow near a plane wall //Physics of Fluids.- 1985.-V.28, No 3.-P. 806-817.

3 Putman A.A. et al. Injection and Combustion of Liquid Fuels.-WADC. Technical Report 56-344.-Chicago:USAF, 1957.

4 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика.-М.: Наука,1986.

5 Rossel E., Sierens R. The evaporation of a multicomponent fuel droplet at high pressure.-Moving Boundaries 4.: Comp. Mech. Publ.-1997, Southampton, UK, Boston, USA.-P. 113-122.

Қорытынды

Жұмыста қатты қабырғаға жақын аралықтағы ұсақ бөлшектердің турбулентті газды ағынының универсальды моделі қарастырылады. Қарастырылған моделдің теңдеулер жүйесі ұсақ бөлшектердің қадымды жылжуын есептуге мүмкіндік жасайды.

Summary

The universal model of movement of fine particles in a turbulent gas stream near to a firm wall is presented in this work. The system of the equations of the given model is essentially suitable for step-by-step calculation of movement of a particle.