

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ВОЗДУХА В ИСПАРИТЕЛЕ ТЕПЛООВОГО НАСОСА

Ш.У.Тауасаров, М.А.Алтыбаев, К.Т.Аризов
ЮКГУ им. М. Ауезова, г.Шымкент

Процесс осушения и охлаждения воздуха в испарителе теплового насоса может быть описан математически с использованием уравнений теплового баланса, а также уравнений тепло- и массопереноса. Однако, при использовании этих соотношений возникает необходимость определения коэффициентов тепло- и массопереноса. Выведем соотношения для расчета указанных коэффициентов. При этом задача сводится к расчету теплового и диффузного пограничных слоев. Воспользуемся методом Польшаузена [1] и аппроксимируем распределение скорости парогазовой смеси в пограничном слое пара многочленом третьей степени. Такая аппроксимация позволяет гладко смешивать решения в пограничном слое и ядре парогазовой смеси с учетом первой и второй производной по поперечной координате (рисунок 1):

$$V_n = a + b\xi + c\xi^2 + d\xi^3 \quad (1)$$

где $\xi = y - h$. При этом должны выполняться граничные условия:

$$\xi = 0; V_n = U_s; \xi = \delta_n; V_n = V_\delta; \frac{\partial V_n}{\partial \xi} = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 V_n}{\partial \xi^2} = 0$$

Здесь δ_n - толщина гидродинамического пограничного слоя в паре у поверхности конденсации, м;

U_s - поверхностная скорость пленки конденсата, м/с;

V_δ - скорость пара на внешней границе гидродинамического пограничного слоя, м/с.

Для безциркуляционного объема цилиндра можно применять:

$$V_\delta = 2V_\infty \sin \varphi = 2V_\infty \sin \frac{x}{R}, \quad (2)$$

где V_∞ - скорость парогазовой смеси в ядре потока на достаточном удалении от поверхности конденсации, м/с;

R - радиус трубы, м.

Подставляя соотношение (1) в граничные условия, получаем систему линейных уравнений, из которых определим коэффициенты:

$$a = U_s, b = 3 \frac{V_\delta - U_s}{\delta_n^3}, c = -3 \frac{V_\delta - U_s}{\delta_n^2}, d = \frac{V_\delta - U_s}{\delta_n^3}$$

Полученное со значениями коэффициентов a, b, c, d уравнение (1) преобразуем следующим образом:

$$V_n = U_s - (V_\delta - U_s) \left(-3 \frac{\xi}{\delta_n} + 3 \frac{\xi^2}{\delta_n^2} - \frac{\xi^3}{\delta_n^3} + 1 - 1 \right) = V_\delta + (U_s - V_\delta) \left(1 - \frac{\xi}{\delta_n} \right)^3 \quad (3)$$

Выражение (3) является функцией распределения скорости парогазовой смеси в гидродинамическом пограничном слое пара.

Баланс касательных напряжений на поверхности пленки конденсата с учетом термокапиллярных касательных напряжений в потоке пара выглядит следующим образом:

$$\mu_s \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_h - \mu_n \frac{\partial V_n}{\partial y} \Big|_h = 0 \quad (4)$$

где μ_s, μ_n - коэффициенты динамической вязкости конденсируемого компонента у поверхности пленки и в пограничном слое, н·с/м².

В последнем соотношении пренебрегаем слагаемым, ответственным за реактивные напряжения при фазовом переходе вследствие малости эффекта при низких скоростях пара и умеренной интенсивности процесса. Подставляя (3) в (4), получим:

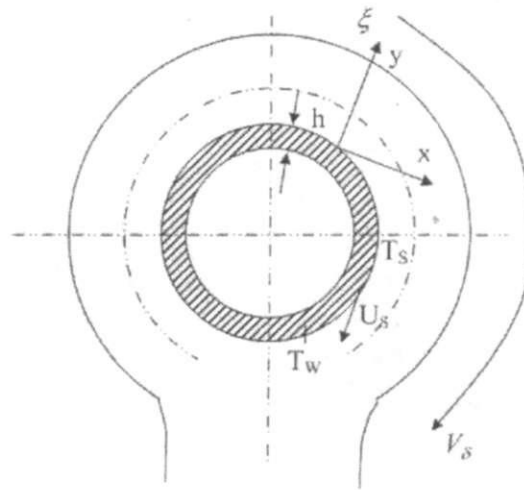


Рисунок 1 - К выводу соотношений для расчета коэффициентов тепло- и массопереноса

$$\mu_s \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_h = 3\mu_n \frac{(V_s - U_s)}{\delta_n} = 3\mu_n \frac{(2V_\infty \sin \varphi - U_s)}{\delta_n} \quad (5)$$

Уравнения движения пара в пограничном слое имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} V_n \frac{\partial V_n}{\partial x} + W_n \frac{\partial V_n}{\partial y} &= V_s \frac{dV_s}{dx} + \frac{1}{\rho_n} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial V_n}{\partial x} + \frac{\partial W_n}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где τ - касательное напряжение в паре на границе «пар-жидкость».

ρ_n - плотность пара в пограничном слое, кг/м³.

Второе и третье слагаемое уравнение (6) с учетом (7) представим так:

$$\int W_n \frac{\partial V_n}{\partial y} dy = W_n V_n - \int V_n \left(-\frac{\partial V_n}{\partial x} \right) dy.$$

$$\int V_s \frac{\partial V_s}{\partial x} dy = \int 2V_\infty \sin \varphi \cdot 2V_\infty \cdot \cos \frac{x}{R} \cdot \frac{1}{R} dy = 2V_\infty^2 \frac{1}{R} \sin \left(2 \frac{x}{R} \right) y.$$

Интегрируя уравнение (6) с учетом уравнения неразрывности (7) по толщине гидродинамического пограничного слоя, получим:

$$\begin{aligned} \rho_n \int_h^{h+\delta_n} \frac{\partial}{\partial x} (V_n^2) dy - \rho (V_n W_n) \Big|_h &= \frac{3\mu_n (V_\delta - U_s)}{\delta_n} + \rho_n \int_h^{h+\delta_n} V_\delta \frac{dV_\delta}{dx} dy = \\ &= \frac{3\mu_n (V_\delta - U_s)}{\delta_n} + \rho_n \frac{2V_\infty^2 \delta_n}{R} \cdot \sin \frac{2x}{R} \end{aligned} \quad (8)$$

Используя еще раз уравнение неразрывности, преобразуем последнее уравнение к виду:

$$\int_h^{h+\delta_n} \left(\frac{\partial V_n^2}{\partial x} - U_s \frac{\partial V_n^2}{\partial x} \right) dy = \frac{3\mu_n \left(2V_\infty \sin \frac{x}{R} - U_s \right)}{\rho_n \delta_n} + \frac{2V_\infty^2 \delta_n}{R} \sin \frac{2x}{R} \quad (9)$$

Применяя дифференцирование по параметру, получаем более простое соотношение:

$$\frac{d}{dx} \int_h^{h+\delta_n} V_n (V_n - U_s) dy = \frac{3\mu_n \left(2V_\infty \sin \frac{x}{R} - U_s \right)}{\rho_n \delta_n} + \frac{2V_\infty^2 \delta_n}{R} \sin \frac{2x}{R} \quad (10)$$

Введем толщину потери импульса по формуле (1):

$$\delta^* = \int_h^{h+\delta_n} \frac{V_n}{U_s} \left(1 - \frac{V_n}{U_s} \right) dy \quad (11)$$

Тогда уравнение (10) приводится к виду:

$$\frac{d\delta^*}{dx} + \frac{2\delta^*}{U_s} \cdot \frac{dU_s}{dx} = \frac{C_f}{2} \quad (12)$$

где

$$C_f = \frac{2}{U_s^2} \left[\frac{3\mu_n}{\rho_n \delta_n} \left(2V_\infty \sin \frac{x}{R} - U_s \right) + \frac{2V_\infty^2 \delta_n}{R} \sin \frac{2x}{R} \right] \quad (13)$$

Подставляя (3) в (5), получим:

$$\delta^* = \frac{\delta_n}{7} \left[8 \left(\frac{V_\delta}{U_s} \right)^2 - 8 \frac{V_\delta}{U_s} + 3 \right] \quad (14)$$

Подставляя (13) в (12), получим уравнение для расчета толщины пограничного слоя. Для того, чтобы замкнуть это уравнение, нужно решить гидродинамическую задачу для пленки конденсата. В нашем случае можно использовать известное решение Нуссельта [2] из уравнений движения:

$$\nu_{жс} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = g \cdot \sin \varphi \quad (15)$$

где $\nu_{жс}$ - коэффициент кинематической вязкости жидкости, м²/с.

При этом граничные условия имеют вид:

$$y = 0, \quad U = 0 \quad \text{и} \quad y = h, \quad U = U_s.$$

Интегрированием уравнения (15) определяется скорость парогазовой смеси из следующего выражения:

$$\nu_{жс} \cdot U = \frac{1}{2} g \sin y^2 + Ay + B \quad (16)$$

Определяя коэффициенты А и В из указанных граничных условий, получим:

$$U = \frac{g \cdot \sin \varphi}{2\nu_{жс}} y^2 + \left(\frac{U_s}{h} - \frac{h}{2\nu_{жс}} g \sin \varphi \right) y \quad (17)$$

Из уравнения баланса массы конденсата имеем:

$$\eta \rho_{\text{жс}} \frac{d}{dx} \int_0^h U dy = \frac{\lambda_{\text{жс}}}{h} (T_S - T_W) \quad (18)$$

где η - удельная теплота парообразования, кДж/кг;

$\lambda_{\text{жс}}$ - коэффициент теплопроводности жидкости, Вт/м.К;

$\rho_{\text{жс}}$ - плотность жидкости, кг/м³;

T_S - температура поверхности пленки конденсата, К;

T_W - температура стенки, К.

Подставляя (17) в (18), получаем соотношения, связывающие толщину пленки и ее поверхностную скорость:

$$\eta \rho_{\text{жс}} \frac{d}{dx} \left(\frac{U_S}{2} h - \frac{g \cdot \sin \varphi}{12 \nu_{\text{жс}}} h^3 \right) = \frac{\lambda_{\text{жс}}}{h} (T_S - T_W)$$

или

$$\left(\frac{U_S}{2} - \frac{g \cdot \sin \varphi}{4 \nu_{\text{жс}}} h^2 \right) \frac{dh}{dx} = \frac{\lambda_{\text{жс}}}{\rho_{\text{жс}} \eta h} (T_S - T_W) \quad (19)$$

Используя уравнение (11) для замыкания системы, получим:

$$\mu_S \left(\frac{g \cdot \sin \varphi}{2 \nu_{\text{жс}}} h + \frac{U_S}{h} \right) = 3 \mu \frac{2 V_{\infty} \sin \varphi - U_S}{\delta_n} \quad (20)$$

Уравнения (13), (14), (19) и (20) представляют собой замкнутую систему для расчета толщины гидродинамического пограничного слоя, толщины пленки и ее поверхностной скорости. Эта система должна использоваться совместно с уравнениями переноса тепла и массы из ядра парогазовой смеси к поверхности пленки. Используемые в этих уравнениях коэффициенты переноса тепла α и массы β определяются по формулам:

$$\alpha = \frac{\lambda_n}{\delta_T}; \quad \beta = \frac{D_n}{\delta_d} \quad (21)$$

где λ_n - коэффициент теплопроводности пара; Вт/мК;

D_n - коэффициент диффузии конденсирующегося компонента в парогазовой смеси; м²/с;

δ_T - толщина теплового пограничного слоя; м;

δ_d - толщина диффузионного пограничного слоя; м;

Для расчета теплового и диффузионного пограничных слоев в нашем случае можно воспользоваться приближенными аналитическими соотношениями Себеси и Брэндшоу [3]:

$$\frac{\delta_T}{\delta_n} = 0,977 \quad P_r^{1/3} \quad (22)$$

$$\frac{\delta_d}{\delta_n} = 0,977 \quad S_c^{1/3} \quad (23)$$

Литература

- 1 Кутателбедзе С.С., Стрынович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем -М.:Энергия, 1976.- 296с.
- 2 Берман Л.Д. Сопротивления на границе раздела фаз при пленочной конденсации пара низкого давления // Процессы фазового превращения в разреженной среде и методы расчета технологических аппаратов; труды ВНИИ ХИММаша.-1961. -Вып. 36. -С. 66-75.
- 3 Себеси Т., Брэндшоу П. Конвективный теплообмен. -М.: Мир, 1987.-174 с.

Қорытынды

Жылу насосы буландырғышындағы ауаны құрғату және суыту процесін математикалық бейнелеу үшін жылулық және диффузиялық шекаралық қабаттарды есептеу жүргізілген. Гидродинамикалық шекаралық қабаттың қалыңдығын, қабыршақтық қалыңдығын және оның беттік жылдамдығын есептеу үшін теңдеулердің тұйық жүйесі ұсынылған.

Summary

Calculation of heat and diffusive Frontier layers for mathematical description of process of airs drying und cooling in evaporator of heat balance is produced. Reversed system of equations for calculation of thickness of hydrodynamic Frontier layer, thickness of Film and its surface velocity is proposed.