УДК 621

ВОЗДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ТРУБУ С ЖИДКОСТЬЮ

А.М.Марасулов, Р.Л.Жакыпбекова, Ж.Ж.Джанабаев
МКТУ им. Х.А.Ясауи, г.Туркестан
ЮКГУ им.М.Ауезова, г.Шымкент

Рассмотрим задачу динамической теории линейной упругости при падении сейсмической волны перпендикулярно к оси длинной трубы, уложенной в высокой насыпи и заполненной идеальной сжимаемой жидкостью. Расчетная схема представлена на рисунке 1. Известное из динамической теории упругости уравнение движения в векторной форме для изотропного тела имеет вид:

$$(\lambda + 2\mu) graddiv\, \vec{u} - \mu rotrot\, \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

где ρ- плотность среды, а все остальные обозначения имеют тот же смысл, что и в уравнении статической теории упругости [1]. Произведем стандартное преобразование уравнения следующим образом. Представим вектор перемещений в виде:

$$\vec{u} = grad\ \varphi + rot(\vec{\psi}). \qquad (2)$$

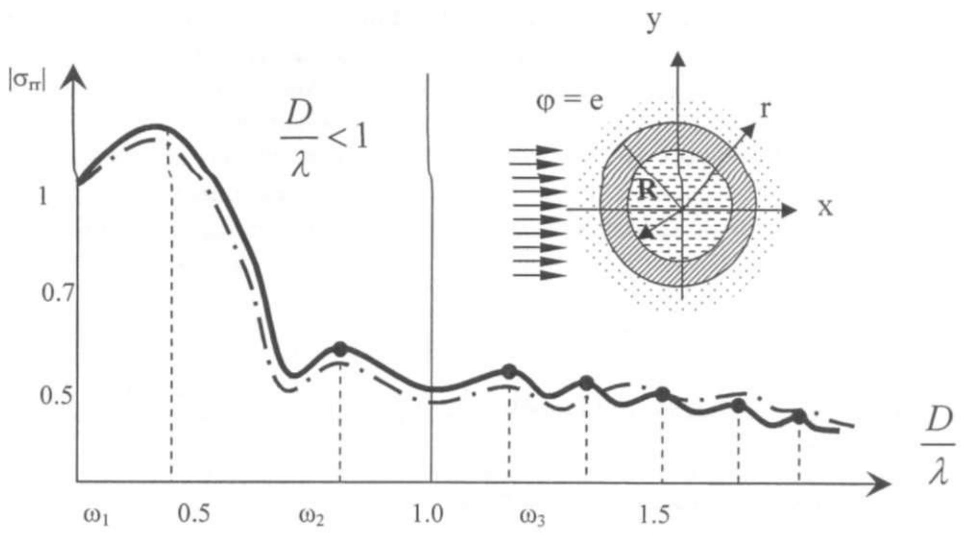

Рисунок 1 - Зависимость напряжения от волновых чисел

Подставив (2) в (1) и учитывая, что движение частицы имеет установившийся характер, а также пренебрегая массовыми силами, f=0, т.к. в соответствии с принципом суперпозиции их можно учесть отдельно при решении статической задачи, получим в случае плоской деформации следующую систему волновых уравнений Гельмгольца для потенциалов:

$$\Delta\varphi + \alpha^2\varphi = 0; \quad \Delta\psi + \beta^2\psi = 0, \tag{3}$$

где α и β - волновые числа $\alpha^2=\omega^2\rho/(\lambda+2\mu)$, $\beta^2=\omega^2\rho/\mu$.

В полярной системе координат уравнение Гельмгольца запишется в виде:

$$V_{rr}+r^{-1}V_r+r^{-2}V_{\theta\theta}+k^2V=0; \; V=(\varphi,\Psi); \;\; k=\alpha;\beta. \tag{4}$$

Решение уравнения (4) ищется в виде ряда:

$$V=\sum_{n=0}^{0}\left[V_n^a(r)\cos n\theta + V_n^b(r)\sin n\theta\right]e^{-i\omega t}. \tag{5}$$

Подставив (5) в (4) и приравняв коэффициенты при соответствующих гармониках, получим обыкновенное дифференциальное уравнение Бесселя:

$$r^{-2}V''_n+r^{-1}V'_n+(k^2r^2-n^2)V_n=0,$$

которое имеет частное решение в виде цилиндрической функции $Z_n(kr)$. Тогда окончательное решение системы (1) запишется в виде:

$$U_r=\sum_{n=0}^{\infty}A_nZ_n(\alpha r)\cos n\theta e^{-i\omega t}, \quad U_\theta=\sum_{n=0}^{\infty}B_nZ_n(\beta r)\sin n\theta e^{-i\omega t}. \tag{6}$$

Решению уравнения (4) при r→∞ удовлетворяют условия излучения Зоммерфельда [1]. Для решения поставленной задачи ставятся граничные условия жесткого контакта при r=R и r=R_0. Учитывая полученные соотношения, выведем решение краевой задачи для случая падения на подземную трубу волны сжатия. Волновой потенциал такой волны имеет вид:

$$\varphi_1^{(i)}=A\sum_{n=0}^{\infty}\in_n i^n I_n(\alpha_2 r)\cos n\theta e^{-i\omega t},$$

где $\in_n=\{1, n=0; 2,\, n\geq 1\}$, I_n-цилиндрическая функция Бесселя первого рода [1]. Потенциалы волн, отраженных от трубы в грунт, дальше имеют вид (6) и в то же время удовлетворяют условиям излучения, поэтому, согласно [1], записываются в виде:

$$\varphi_1^{(r)} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(\alpha_1 r)\cos n\theta e^{-i\omega t}; \psi_1^r = \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n^{(1)}(\beta_1 r)\sin n\theta e^{-i\omega t};$$

где $H_n^{(1)}$ - цилиндрическая функция Ханкеля первого рода [1]. Суммарные потенциалы в грунте равны: $\varphi_1=\varphi_1^{(i)}+\varphi_1^{(r)}$; $\psi_1=\psi_1^{(r)}$.

Потенциал скоростей в сжимаемой жидкости имеет вид:

$$\varphi_3 = \sum_{n=0}^{\infty}\left[G_n I_n(\alpha_3 r)\right]\cos n\theta e^{-i\omega t}.$$

Компоненты с индексом “3” (жидкость) получены согласно [1,2] с помощью линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа для гидродинамического давления идеальной жидкости. Неизвестные коэффициенты A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n, G_n определяются из системы линейных уравнений седьмого порядка. Кроме того, в случае отсутствия жидкости в трубе $\sigma_{\pi}=0$.
На рисунке 1 приведены изменения радиальных напряжений в зависимости от безразмерных волновых чисел при различных соотношениях параметров $\eta_1=\frac{\rho_0}{\rho_2}=0{,}4$; $\nu=0{,}25$; $E=\frac{E_1}{E_2}=0{,}5$, $\eta_2=\frac{\rho_1}{\rho_2}$. Из анализа полученных результатов выявлено, что в области коротких волн распределение напряжения в трубе с жидкостью (в сравнении с областью длинных волн) значительно отличается (рисунок 1). Расчеты показывают, что при фиксированных значениях амплитуды и длительности действия падающей волны с увеличением акустических параметров жидкости прогибы и усилия также увеличиваются. Увеличение жесткости трубы или ее толщины приводит к снижению прогибов и к увеличению усилий. Причем с увеличением толщины трубы усилия растут быстрее, чем изгибающие моменты, а изгибающие моменты быстрее, чем поперечные силы.

Литература

1 Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно неоднородных средах и конструкциях.- Ташкент: Фан, 1992. -С. 250.

2 Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений.- Ташкент: Фан, 1973.-180 с.

3 Жарий О.Ю., Улитко А.Ф. Введение в механику нестационарных колебаний и волн. - Киев: Высшая школа, 1989. - 184 с.

Қорытынды

Мақадада сұйқ құылған цилиндрлік құбырға сейсмикалық толқынының әсері қарастырылған. Есеп толқындық теңдеуді шешуге келтірілген. Дәлдігі жоғары аналитикалық шешім ұсынылған және есеп нәтижелері келтірілген.

Summary

In job the influence of seismic waves on a cylindrical pipe with a liquid is considered. The task is reduced to the decision of the wave equation. Are offered the decisions are exact analytically and the numerical results are received.