УДК 621.9101

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ РОТАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ

Д.Ходжибергенов, А.Жусипбеков, В.Печерский
ЮКГУ им.М.Ауезова, г.Шымкент

Многолезвийная ротационная обработка имеет ряд отличий и преимуществ по сравнению со шлифованием [1]. Одно из важнейших преимуществ МРО перед абразивной - это возможность управлять качеством (микрорельеф) обработанной поверхности. При этом ротационная обработка позволяет улучшить механические свойства поверхностного слоя.

Экспериментальные результаты подтверждают взаимодействие тел (как пара качения), задней поверхности резца под углом α_c и поверхности обрабатываемой заготовки, что сопровождается деформированием последней.

В процессе срезаемый первым лезвием припуск создает определенное усилие, которое воспринимает ось шпинделя оправки. Так как задняя поверхность участвует в резании, она воспринимает определенные усилия резания [2], значит, есть и силы реакции. Если $\alpha_к>0$, то по сравнению с Py и Pz сила Px резко возрастает. Нужно предположить, из возникающей силы резания Px задняя поверхность уравновесит определенную часть, которую необходимо рассмотреть математическими методами.

Возникающие под действием внешних сил деформации можно охарактеризовать с помощью вектора смещений **u**, проекции которого на координатные оси **x,y,z** будем обозначать u (x,y,z,t), v (x,y,t), ω(x,y,z,t). Эти смещения возникают в упругом теле под действием внутренних сил (напряжений), которые образуют симметричный тензор напряжений:

$$\begin{pmatrix} \tau_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_z \end{pmatrix}$$

где σ_x, τx_y, τ_{xz} - составляющие силы резания, действующие на единицу площади обрабатываемой поверхности, перпендикулярной к оси x; аналогично σ_{yx}, σ_y, τ_{yz} и τ_{zx} , τ_{zy}, σ_z - компоненты сил, действующих на единицу площади обрабатываемой поверхности, перпендикулярных к осям y и z. Компоненты σ_x, σ_y, σ_z назовем нормальными составляющими; τ_{xy}, τ_{xz} и так далее называют составляющими усилий скола.

Рассматривая элемент объема и составляя для него уравнения движения, получим:

$$\left.\begin{aligned} P\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial_y}+\frac{\partial \tau_{XZ}}{\partial_Z}+\text{X}, \\ P\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial_x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial_y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial_z}+\text{У}, \\ P\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial_x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial_y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial_z}+\text{Z} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где ρ - объемная плотность в точке (x,y,z); X,Y,Z - составляющие внешних объемных сил. Связь напряжений, возникающих при деформации, с ее характеристиками дается законом Гука, который представляем в следующем виде:

$$\sigma_x = 2\,G\left\{\varepsilon_x+\frac{\theta}{m-2}\right\},\qquad \sigma_y = 2\,G\left\{\varepsilon_y+\frac{\theta}{m-2}\right\},\qquad \sigma_z = 2\,G\left\{\varepsilon_z+\frac{\theta}{m-2}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{xy} &= G\,\gamma_{xy} \\ \tau_{yz} &= G\,\gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= G\,\gamma_{zx} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

При этом величины

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon y = \frac{\partial \sigma}{\partial y}, \quad \varepsilon z = \frac{\partial \omega}{\partial z},$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \tag{3}$$

образуют симметрический тензор деформаций:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \gamma_{xy} \gamma_{xz} \\ \gamma_{xz} \varepsilon_y \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \gamma_{zy} \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

В уравнениях (2) мы пользуемся следующими обозначениями:

G - модуль сдвига; m- коэффициент, характеризующий сжатие тела в поперечном направлении при его удлинении в продольном направлении,

$$\theta = \operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z}.$$

К уравнениям (1) и (2) следует еще присоединить граничные условия (на границе заданы, например, смещения $\mathbf{u}$, v, ω либо силы, действующие на обрабатываемую поверхность).

Уравнения (1) и (2) образуют полную систему дифференциальных уравнений в частных производных для составляющих сил резания и деформаций.

Подставляя выражения для сил из (2) в уравнение движения (1) и учитывая соотношения (3), получаем систему уравнений для смещений:

$$\left.\begin{aligned} P\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= G\left\{\Delta u + \frac{m}{m-2}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right\} + X \\ P\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= G\left\{\Delta v + \frac{m}{m-2}\frac{\partial \theta}{\partial y}\right\} + Y \\ P\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} &= G\left\{\Delta \omega + \frac{m}{m-2}\frac{\partial \theta}{\partial z}\right\} + Z \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Для упрощения решения и приведения предыдущей системы уравнений в виде одного векторного уравнения используем уравнение Ламе:

$$P\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda+2\mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \mu \operatorname{rot} \mathbf{u} + F \tag{5}$$

Введем новые обозначения

$$\mu = G; \quad \lambda = \frac{2}{m-2}G,$$

где μ и λ – постоянные Ламе, потому что G и m являются постоянными в (4). Произвольный вектор F всегда можно представить в виде суммы

$$F = \operatorname{grad} U + \operatorname{rot} L,$$

где U - скалярный, а L - векторный потенциал.

Положим

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \Phi + \operatorname{rot} \Delta,$$

где $P\dfrac{\partial^2\Phi}{dt^2}=(\lambda+2\mu)\Delta\Phi+U, \rho\dfrac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\mu\Delta A+L$.

Следует отметить, что прямой подстановкой и определенной таким способом **u** действительно удовлетворяет системе уравнений (4), которая правдоподобна при присутствии объемных сил. Векторный потенциал А в некоторых случаях (в декартовых системах координат) распадается на три скалярных уравнения. При этом приведение уравнений к отдельным скалярным уравнениям не может быть произведено до конца без применения или привлечения граничных условий, которые могут связывать разные компоненты и тем самым представлять значительные трудности для полного расщепления уравнений.

Если объемные силы отсутствуют, то для потенциалов Ф и А мы получаем однородные уравнения:

$$\rho\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}=(\lambda+2\mu)\,\Delta\,\Phi, \qquad \rho\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\mu\,\Delta A.$$

Литература

1 Ходжибергенов Д.Т. Стружкообразование и динамика при многолезвийной ротационной обработке.- автореф. ... канд.техн.наук.- Ташкент, 1998.
2 Ходжибергенов Д.Т., Кошназаров И.К. Динамика многолезвийного ротационного точения //Труды международного технического семинара «Высокие технологии в машиностроении: тенденции развития, менеджмент, маркетинг».- Харьков, 1997.-С.164.
3 Хан Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применение.- М.: Мир, 1990.- 344 с.

Қорытынды

Мақалада деформацияның әсерінен серпінділі денелерінде өзгерулердің болатынын және математикалық әдістердің көмегімен қозғалыстарын зерттеу қарастырылған. Көп лезвілі ротациялық кескішпен кесетін жүздер аралық, кесу күштерінің қайта бөлулеріне байланысты, тәжірибелік жолмен кесетін сынада лайықты кесу жігерлерін анықтау қиын. Өңделетін беттерге сәйкес деформацияның дәрежесі әртүрлі. Кесу барысында математикалық талдаудың арқасында, пайда болатын деформацияны және жылжу процестерін анықтауға болады.

Summary

In clause the study of deformations, arising in elastic bodies, and movements is considered (examined) through mathematical methods. Because of redistribution of forces of cutting between cutting edges it is a lot of edges a rotational cutter, experimental way it is difficult to define (determine) the appropriate efforts of cutting of a cutting wedge. Accordingly on a process able surface the degree of deformation is various. With the help of the mathematical analysis it is possible to define (determine) arising deformations and shifts during cutting.