researches is submitted.

УДК 624.014.2:699.841

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТЕРИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ ТОНКОСТЕННОГО ТРУБОПРОВОДА ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А.И.Айнабеков, У.С.Сулейменов, А.Б.Молдагалиев
ЮКГУ им. М. Ауезова, г. Шымкент

Исследования динамических свойств элементов конструкций с привлечением методов моделирования получили распространение в различных областях науки и техники и составляют самостоятельную область [1,2,3,4].

Основные трудности при моделировании конструкций трубопроводов связаны с фактором тонкостенности, который существенно усложняет производство и испытание модели. Поэтому естественным является стремление применять для динамических испытаний такие модели, для которых масштаб толщин стенки выбирается независимо от геометрического масштаба габаритных размеров, позволяя изменять относительную толщину модели в большую сторону. Такой подход возможен при использовании аффинного соответствия между моделью и натурой. Он позволяет составить необходимые условия приближенного подобия тонкостенных конструкций при независимых линейных масштабах и оценить область применения аффинных (разномасштабных) моделей при проведении динамических испытаний.

Рассмотрим задачу установления критерия подобия при динамическом нагружении модели корпуса стального трубопровода.

Моделирование геометрических размеров и параметров конструкции производим на основе соответствия простого механического подобия между моделью и натурой, выбирая несколько основных единиц измерения для геометрических параметров объекта.

Опишем процесс поперечных колебаний трубопровода, ограничиваясь учетом следующих основных параметров:

$$u, f, q, l, \delta, r, E, x, \mu, \rho, t \tag{1}$$

Здесь u – прогиб; f – частота колебаний; q – интенсивность поверхностной нагрузки; l, δ, r - длина, толщина стенки и радиус трубопровода; ρ - плотность; E - модуль упругости; x – осевая координата; μ - коэффициент Пуассона; t - время.

Здесь и далее в списке основных параметров подчеркнуты физические величины, определяющие класс явления.

Исключая из (1) безразмерную величину - коэффициент Пуассона μ и видоизменяя последовательность основных параметров, имеем

$$u, f, q, l, \delta, r, E, x, \rho, t \tag{2}$$

При определении размерностей основных параметров (2) используем следующие зависимости:

$$\dim r = \frac{L_1^2}{L_\delta}, \quad \dim \rho = \dim\left(\frac{\gamma}{a}\right), \quad \dim \gamma = \frac{F}{\left(L_1^2 \cdot L_\delta\right)}, \quad \dim a = \frac{L_\delta}{T^2} \tag{3}$$

Матрица размерностей физических величин (2) в системе СИ для основных единиц измерения силы F (H) линейных размеров L_1(м), толщины L_δ (m) и времени T (c) будет иметь вид:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
	u	f	q	l	δ	r	E	ρ	x	t
G	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
L_l	0	0	-2	1	0	2	2	-2	1	0
L_δ	1	0	0	0	1	-1	-4	-2	0	0
T	0	-1	0	0	0	0	0	2	0	1

(4)

Ранг матрицы r =4, количество основных параметров n=10. Согласно П - теореме анализа размерностей, количество независимых безразмерных комплексов $\Pi_к$, составляемых из основных параметров, равно $k = n - r = 6$ (помимо безразмерных физических величин $\Pi_7 = \mu$).

Согласно П – теореме анализа размерностей, общее выражение для неизвестного безразмерного отношения представим в форме:

$$\Pi = u^{x_1} f^{x_2} q^{x_3} l^{x_4} \delta^{x_5} r^{x_6} E^{x_7} \rho^{x_8} x^{x_9} t^{x_{10}} \tag{5}$$

Пользуясь матрицей размерностей (4) и формулой размерности $\dim F = L_1^{a_1} \cdot L_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot L_n^{a_n}$, ($L_i$ (i= 1, 2, …n) – основные единицы измерения; a_i – некоторые показатели степени), подсчитаем размерность произведения:

$$\dim F = \left(L_\delta\right)^{x_1} \cdot \left(T^{-1}\right)^{x_2} \cdot \left(G \cdot L_l^{-2}\right)^{x_3} \cdot \left(L_l\right)^{x_4} \cdot \left(L_\delta\right)^{x_5} \cdot \left(L_l^2 \cdot L_\delta^{-1}\right)^{x_6} \cdot \left(G \cdot L_l^2 \cdot L_\delta^{-4}\right)^{x_7} \cdot$$
$$\cdot \left(G \cdot L_l^{-2} \cdot L_\delta^{-2} \cdot T^2\right)^{x_8} \cdot \left(L_l\right)^{x_9} \cdot \left(T\right)^{x_{10}} \tag{6}$$

Используя свойства показательных функций из (6), найдем:

$$\dim\Pi = G^{(x_3+x_7+x_8)} \cdot L_l^{(-2x_3+x_4+2x_6+2x_7-2x_8+x_9)} \cdot L_\delta^{(x_1+x_5-x_6-4x_7-2x_8)} \cdot T^{(-x_2+2x_8+x_{10})} \tag{7}$$

Условия безразмерности произведения П приводят к системе алгебраических уравнений для неизвестных показателей x_j:

$$
\begin{aligned}
&x_3 + x_7 + x_8 = 0 \\
&-2x_3 + x_4 + 2x_6 + 2x_7 - 2x_8 + x_9 = 0 \\
&x_1 + x_5 - x_6 - 4x_7 - 2x_8 = 0 \\
&-x_2 + 2x_8 + x_{10} = 0
\end{aligned} \qquad (8)
$$

Линейная однородная система (8) является неопределенной, так как число неизвестных (j=10) превышает количество уравнений. Считая значения $x_1, x_2, \ldots x_6$ произвольными и выражая через них показатели степени $x_7, x_8, \ldots x_{10}$, найдем:

$$
\begin{aligned}
&x_7 = x_1/2 + x_5/2 - x_6/2 + x_3 \\
&x_8 = -2x_3 - x_1/2 - x_5/2 + x_6/2 \\
&x_9 = -4x_3 - 2x_1 - 2x_5 - x_4 \\
&x_{10} = x_2 + 4x_3 + x_1 + x_5 - x_6
\end{aligned} \qquad (9)
$$

Для величин $x_1, x_2, \ldots x_6$ могут быть назначены любые значения. Пользуясь этим произволом, выберем для первого решения Π_1:

$$x_1=1,\ x_2=x_3,\ \ldots\ x_6=0$$

Остальные показатели вычислим с помощью уравнений (9):

$$x_7=1/2,\ x_8=-1/2,\ x_9=-2,\ x_{10}=1$$

Подставляя найденные значение x_j в выражения (5), получим:

$$\Pi_1 = uE^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}x^{-2}t$$

Остальные безразмерные отношения $\Pi_k(k=1,\ldots 6)$ получим, полагая в уравнениях (9) последовательно для каждого значения к=2,3,…,6

$$x = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases}$$

и вычисляя показатели x_j при j=7,8,9,10.

Результаты вычисления представим в виде следующей матрицы решений:

	u	f	q	l	δ	r	E	ρ	x	t
Π_1	1	0	0	0	0	0	1/2	-1/2	-2	1
Π_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Π_3	0	0	1	0	0	0	1	-2	-4	4
Π_4	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0
Π_5	0	0	0	0	1	0	1/2	-1/2	-2	1
Π_6	0	0	0	0	0	1	-1/2	1/2	0	-1

(10)

Используя матрицу решений (10), представим безразмерные отношения в форме:

$$\Pi_1 = uE^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}x^{-2}t\ ;\ \Pi_2 = f\cdot t;\ \Pi_3 = qE\rho^{-2}x^{-4}t^4;\ \Pi_4 = l\cdot x^{-1};$$

$$\Pi_5 = \delta E^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}x^{-2}t^{-1};\ \Pi_6 = rE^{-\frac{1}{2}}\rho^{\frac{1}{2}}t^{-1}, \qquad (11)$$

Количество безразмерных отношений (11) удовлетворяет П – теореме, так как число основных параметров в матрице размерностей (4) n=10, ранг матрицы r=4 и k=n-r=6.

Для получения полной системы безразмерных комплексов включим коэффициент Пуассона μ:

$$\Pi_7 = \mu$$

С помощью (11) запишем условия инвариантности критериев подобия:

$$uE^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}x^{-2}t = idem$$

$$f\cdot t = idem$$

$$qE\rho^{-2}x^{-4}t^{4} = idem$$
$$l \cdot x^{-1} = idem$$
$$\delta E^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}x^{-2}t^{-1} = idem$$
$$rE^{-\frac{1}{2}}\rho^{\frac{1}{2}}t^{-1} = idem$$
$$\mu = idem$$

где символ idem означает, что соответствующее безразмерное отношение для класса подоб явлений должно оставаться неизменным.

Условия (12) в развернутой форме имеют вид:

$$\frac{u_м\sqrt{E_м}t_м}{\sqrt{\rho_м}x_м^2} = \frac{u_н\sqrt{E_н}t_н}{r_н\sqrt{\rho_н}x_н^2}; f_м t_м = f_н t_н; \frac{q_м E_м t_м^4}{\rho_м^2 x_м^4} = \frac{q_н E_н t_н^4}{\rho_н^2 x_м^4}; \frac{l_м}{x_м} = \frac{l_н}{x_н}$$
$$\frac{\delta_м\sqrt{E_м}}{\sqrt{\rho_м}\sqrt{x_м}t_м} = \frac{\delta_н\sqrt{E_н}}{\sqrt{\rho_н}\sqrt{x_н}t_н}; \frac{r_м\sqrt{\rho_м}}{\sqrt{E_м}t_м} = \frac{r_н\sqrt{\rho_н}}{\sqrt{E_н}t_н}; \mu_м = \mu_н$$

Здесь нижние индексы у основных параметров относятся к объектам модели и натур

Учитывая, что материал модели соответствует материалу натуры (сталь), для мод упругости E, коэффициента Пуассона μ и плотности материала ρ модели и натуры мо записать:

$$\frac{E_н}{E_м} = 1, \frac{\mu_н}{\mu_м} = 1, \frac{\rho_н}{\rho_м} = 1$$

С учетом (14) выражения (13) запишутся в виде:

$$\frac{u_м t_м}{x_м^2} = \frac{u_н t_н}{x_н^2}; f_м t_м = f_н t_н; \frac{q_м t_м^4}{x_м^4} = \frac{q_н t_н^4}{x_н^4}; \frac{l_м}{x_м} = \frac{l_н}{x_н}; \frac{\delta_м}{x_м t_м} = \frac{\delta_н}{x_н t_н}; \frac{r_м}{t_м} = \frac{r_н}{t_н}$$

Приняв масштабы моделирования для линейных размеров $m_l = l_н / l_m$ и толщины бопровода $m_\delta = \delta_н / \delta_m$ и учитывая (14), распишем (15) в окончательном виде через линей масштабы $m_l = m_\delta$:

коэффициент подобия для прогибов $m_u = \dfrac{u_н}{u_м} = \dfrac{x_н^2 t_м}{x_м^2 t_н}$,

коэффициент подобия для частоты колебаний $m_f = \dfrac{f_н}{f_м} = \dfrac{t_м}{t_н}$,

коэффициент подобия интенсивности поверхностной нагрузки $m_q = \dfrac{q_н}{q_м} = \dfrac{x_н^4 t_м^4}{x_м^4 t_н^4}$,

коэффициент подобия для длины $m_l = \dfrac{l_н}{l_м} = \dfrac{x_н}{x_м}$,

коэффициент подобия толщины стенки $m_\delta = \dfrac{\delta_н}{\delta_м} = \dfrac{\sqrt{x_н t_н}}{\sqrt{x_м t_м}}$,

коэффициент подобия радиуса кривизны $m_r = \dfrac{r_н}{r_м} = \dfrac{t_н}{t_м}$.

Литература

1 Амасян Р.О. Статическое подобие при моделировании строительных конструкций на сейсмиче воздействия. – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1986.-149с.

2 Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике.-М: Наука, 1981.-447с.

3 Шаповалов Л.А. Моделирование в задачах механики элементов конструкции – М: Машиноc
1990.- 288с.
4 Smith C., Williams M.L. Photoc lasticity in fracture mechanics. Exp. Mec., 1980.- № 11.- P. 390-39

Қорытынды

Мақалада табиғи объектіге белгілі бір масштабта орындалған құбыр үлгіні сығылу ı қабырғаларының орнықтылығын жоғалтудағы ұқсастық критерийін белгілеу ерекш қарастырылған.

Summary

The article consider peculiarities of establishing criterias similiarities of the lost of stability of t of the long-houl pipe-line in compressing models, which are carried-out in certain scale to the natural ob