

УДК 661.9:532.529:621.184.64

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В МНОГОСТУПЕНЧАТОМ КАНАЛЕ МАССООБМЕННЫХ АППАРАТОВ**

Б.Р.Исмаилов, С.У.Сарсенбай  
ЮКГУ им. М.Ауезова, г.Шымкент

В процессах, проводимых в колонных массообменных аппаратах, массообмен и теплообмен могут совмещаться и при математическом моделировании и реализации соответствующих моделей дифференциальные уравнения гидродинамики, уравнения массообмена и теплообмена должны решаться в комплексе. Существует хорошо известный метод аналогий гидродинамического и тепломассообменного процессов, однако для случая турбулентного течения газов предполагается равенство единице критериев Прандтля или Шмидта. Вычисление эффективного коэффициента теплоотдачи теоретическим путем возможно для очень редких случаев, к тому же имеющих ограниченное значение для техники и химической техно-

логии. Экспериментальный же метод определения различных факторов на коэффициент теплоотдачи для различных газов очень трудоемок.

Многие процессы химической технологии характеризуются выделением или поглощением тепла несущим потоком. Задача о распределении тепла и вещества в колонных массообменных аппаратах, в которых в качестве контактных устройств служат каналы с многоступенчатым взаимодействием фаз (КМВФ), в турбулентном режиме может быть решена применением метода Патанкара–Сполдинга [1]. Данный метод, ориентированный на решение дифференциальных уравнений численными методами, применительно к задаче о нахождении распределения скорости, завихренности, кинетической энергии турбулентных пульсаций и локального масштаба турбулентных пульсаций в канале с неподвижными пластинчатыми насадками рассмотрен в [2].

В данной работе значения функции тока для стабилизированного участка многоступенчатого канала нами использованы при решении уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $T$  - температура,  $\psi$  - функция тока,  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости.

Численное решение (1) удобно проводить в безразмерных переменных, т.к. при этом возможно сопоставление результатов с данными других авторов, возвращаясь при необходимости к размерным величинам. Рассмотрим для определенности режим охлаждения:  $T_n > T_c$ , где  $T_c$  и  $T_n$  - температура стенки канала и потока газа соответственно. Введя безразмерную переменную  $\bar{T} = \frac{T - T_c}{T_n - T_c}$ , получим  $T = T_c + \bar{T}(T_n - T_c)$ . Подставляя это выражение в уравнение теплопроводности, имеем:

$$\frac{(T_n - T_c) \cdot a \rho U_0}{a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{T} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{T} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right) \right] - \frac{\mu(T_n - T_c)}{a^2} \left( \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (2)$$

В безразмерной форме, с применением критериев подобия, уравнение (2) можно привести к виду:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = -u \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - v \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \frac{1}{Pe} \Delta \bar{T} + \frac{E}{Re},$$

где  $Re = \frac{\rho U_0 d}{\mu}$  - число Рейнольдса,  $E = \frac{U_0^2}{C_p(T_n - T_c)}$  - число Эккерта,  $Pe = Pr Re$  - число

Пекле,  $Pr = \frac{\mu C_p}{k}$  - число Прандтля.

В дальнейшем допустим, что плотность газа не зависит от температуры. В ядре канала перенос тепла осуществляется одновременно теплопроводностью и конвекцией, причем общий перенос тепла мы учитываем совместным решением уравнений гидродинамики и теплопроводности. Интенсивность переноса тепла в ядре канала также зависит от характера движения потока (ламинарность и турбулентность) и определяется тепловыми свойствами самого потока. При необходимости, диссипативная функция, характеризующая потерю энергии за счет повышения внутренней энергии газа, вычисляется интегрированием функции

$$\bar{\Phi} = 2 \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 \quad (3)$$

по всей области канала по численным значениям составляющих скорости в узлах конечно-разностной схемы.

Для газов число Прандтля имеет порядок единицы, поэтому  $Pe = O(Re)$  и для решения уравнения энергии можно применять те же методы, что и для уравнения вихря. Важной особенностью является то, что уравнение энергии отщеплено от уравнений динамики и по одному найденному полю скоростей можно найти распределение температур, соответствующих

различным числам  $Pe$  и  $E$ , а также различным граничным условиям по  $T$ . Заметим, что уравнение для  $T$  линейно, и для его решения при разных  $\Phi$  можно обойтись без решения уравнения Лапласа.

Рассмотрим случай, когда диссипативным членом в уравнениях можно пренебречь, т.е.  $E \rightarrow 0$ , когда число Маха  $M \rightarrow 0$ :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{Pe} \Delta T, \quad (4)$$

Введем индексы  $i$ -по  $x$ ,  $j$ -по  $y$ ,  $l$ -по  $t$  и напишем конечно-разностную схему «вперед» по времени для уравнения (4):

$$\begin{aligned} (T_{i,j}^{(l+1)} - T_{i,j}^{(l)}) / \tau = & -\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{h} \cdot \frac{T_{i+1,j}^{(l)} - T_{i,j}^{(l)}}{h} + \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}}{h} \cdot \frac{T_{i,j+1}^{(l)} - T_{i,j}^{(l)}}{h} + \\ & + \frac{1}{Pe} \left( \frac{T_{i+1,j}^{(l)} - 2T_{i,j}^{(l)} + T_{i-1,j}^{(l)}}{h^2} + \frac{T_{i,j+1}^{(l)} - 2T_{i,j}^{(l)} + T_{i,j-1}^{(l)}}{h^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

или

$$\begin{aligned} (T_{i,j}^{(l+1)} - T_{i,j}^{(l)}) / \varepsilon = & \frac{1}{h^2} ((T_{i,j+1}^{(l)} - T_{i,j}^{(l)}) (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}) - (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}) (T_{i+1,j}^{(l)} - T_{i,j}^{(l)})) + \\ & + \frac{1}{Re} (T_{i+1,j}^{(l)} - 4T_{i,j}^{(l)} + T_{i-1,j}^{(l)} + T_{i,j+1}^{(l)} + T_{i,j-1}^{(l)}) \end{aligned} \quad (6)$$

Во многих работах (например, [3,4,5] и др.), расчет коэффициента теплоотдачи проводится в следующей последовательности:

1. Определяется поле турбулентных скоростей по всей высоте контактного устройства.
2. Находится распределение температуры во внутренней области канала, используя заданные значения на стенках и значения на входе, отдельно, по уравнению теплопроводности.
3. Используя численные значения скоростей и температуры, вычисляется коэффициент теплоотдачи.

Однако, при таком раздельном подходе теряется свойство комплексности математической модели. Поэтому целесообразно, на наш взгляд, расчет распределения температуры в КМВФ (например, при охлаждении или нагревании газов) проводить в два этапа:

1. Совместное решение уравнений динамики и теплопроводности, т.е. расчет распределения динамических характеристик, преимущественно - расчет профиля скорости турбулентного обтекания тел и температуры.
2. Расчет коэффициента теплоотдачи.

Преимущество такого подхода в том, что в систему динамических уравнений включается уравнение теплопроводности и, ставя условия адиабатичности или изотермичности стенок, оно решается как уравнение, подобно уравнению для функции тока. Реализация такой модели позволила применить ее для решения задачи об исследовании гидродинамики и теплообмена в теплообменниках ленточно-поточного типа и некоторых видов регулярных насадок теплообменных колонн, образующих в совокупности многоступенчатые каналы.

#### Литература

- 1 Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости.- М.: Мир, 1972.-324с.
- 2 Исмаилов Б.Р. Моделирование многоступенчатого взаимодействия газа и жидкости. - Алматы: Кітап баспасы, 2001. -103с.
- 3 Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.-М.:Наука,1967.-491с.

- 4 Ибрагимов М.Х., Субботин В.И., Бобков В.П., Сабелев Г.И., Таранов Г.С. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах.-М.: Атомиздат, 1978.-296с.
- 5 Иевлев В.М. Численное моделирование турбулентных течений. –М.: Наука, 1990. -215с.

#### Қорытынды

Жылуассалмасу аппараттарындағы көпсатылы канал температурасының таралуының сандық модельдері келтірілді, газ жылдамдығының және ток функцияларының мәндері жылуөткізгіштік теңдеуін шешуде қолданылды. Каналдың барлық ұзындығы бойынша динамикалық және жылуфизикалық сипаттамаларын есептеу барысында комплекстік жақындауды қолдану мүмкіндігі көрсетілді.

#### Summary

Numerical modelling distribution of temperature in the multistage channel heat mass transfer devices is lead. Value of speed of gas and function of a current are used at the decision of the equation of heat conductivity. The opportunity of application of the complex approach is shown at calculation dynamic and heat physic characteristics on all length of the channel.