УДК 539.376

УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СТЕРЖНЕЙ ЭФФЕКТИВНОЙ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ р

Т.Ш. Ширинкулов, А.Д. Дасибеков, О.М. Макашева, Т.К. Косимов, С.З. Зайниев
ЮКГУ им. М. Ауезова, г. Шымкент, СамГАСИ, г. Самарканд

Одним из путей снижения материалоемкости железобетонных конструкций является применение элементов с эффективной формой сечения. Опыт проектирования и исследования железобетонных колонн показывает, что уменьшение сечений за счет повышения прочности бетона и арматуры не всегда может быть реализовано, если особенно колонны имеют большую гибкость.

В таких случаях большего эффекта можно достигнуть, применяя эффективные формы поперечных сечений колонн (рисунок 1) - двутавровые, тавровые, пустотелые и др. используя одновременно предварительное напряжение продольной арматуры.

Для наиболее полного выявления влияния нелинейной ползучести рассматривается стержень двутаврового сечения, составленный из тонкостенных прямоугольных пластинок и имеющий локальные начальные погибы в одном из поясов. Стержень сжат осевой силой P, которая в общем случае может быть приложена с эксцентриситетом е. Материал считается при сжатии нелинейно-упругим, а при растяжении хрупким, работающим с трещинами, а деформации малыми и изгиб предполагается только в плоскости стенки двутавра; нормальные и касательные напряжения по толщине полок постоянны. Деформирование стержня рассматривается в стадии эксплуатации. Статические нагрузки принимаются кратковременными и длительными. При действии статических нагрузок справедлив принцип наложения.

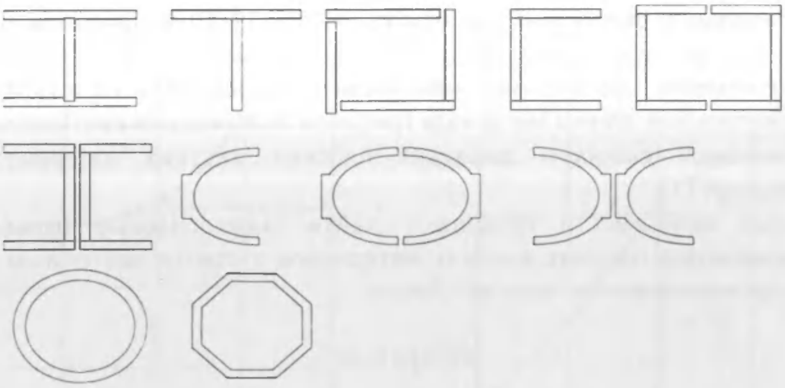

Рисунок 1 – Эффективные формы поперечных сечений колонн

В данной расчетной схеме принимаются условия свободного опирания стенки и поясов по торцам пластинчатой системы. Кроме того, стенка считается свободно опертой вдоль линий примыкания к поясам. Условия совместимости продольных деформаций стенки и поясов выполняются только по торцам расчетного участка. Равенство углов поворота вдоль линии контакта стенки и поясов учитывается только в упругой области. Зависимость между деформациями и напряжениями принимается в виде [1]:

$$\varepsilon_i(t)=\frac{\sigma_i(t)}{E(t)}-\int_{\tau_1}^{t}\sigma_i(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(\tau)}\right]\delta\tau-\int_{\tau_1}^{t}F[\sigma_i(\tau)]\frac{\partial c(t,\tau)}{\partial\tau}\delta\tau \qquad (1)$$

Функцию $F(\sigma)=\sigma f(\sigma)$ рекомендуется апроксимировать с помощью ниже перечисленных формул:

$$\left.\begin{aligned} f_H(\sigma)&=b_1\sigma+b_2\sigma^2+....+b_m\sigma^m\\ f(\sigma)&=\beta_o+\beta_1\sigma+\beta_2\sigma^2+....+\beta_m\sigma^m \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

а $F(\sigma)$ в виде полинома второй степени [1,2]:

$$F[\sigma_i(\tau)]=\sigma_i+\beta\sigma_i^m;$$

$$F[\eta_i(\tau)]=1+b\left(\frac{\sigma_i}{R_b}\right)^m,\ \text{где } m=2.$$

Здесь коэффициенты нелинейности R и b определяются по рекомендации Раззакова С.Р. [4]. Возможно применение функции напряжений типа:

$$F[\sigma_0(\tau)]=1+\beta\sigma_i^{m-1}(\tau). \qquad (3)$$

Переменный модуль мгновенной деформации бетона во времени определяется по формуле:

$$E(\tau)=E_0\left[1-\beta e^{-\alpha\tau}\right],$$

где E_0 - начальный модуль упругости бетона; α и β - опытные параметры.

Параметр нелинейности β рекомендуется определять по выражению:

$$\beta=\beta_1(\eta, R_{bn})K_1(\eta, t-\tau), \tag{4}$$

где $\beta_1(\eta, R_{bn})$ - значение параметра нелинейности в зависимости от относительного уровня напряжений и призменной прочности [4]; $K_1(\eta, t-\tau)$ - коэффициент нелинейности в зависимости от относительного уровня напряжений и длительности загружений, определяется по рекомендации Раззакова. С.Р. [4].

В определенной степени дальнейшим развитием этих предложений является (5) полученная применительно к теории старения:

$$f[t,\sigma(\tau_0)]=1+\eta^n(t)\theta(t), \tag{5}$$

$$\text{где}\quad \theta(t)=\theta_0 e^{-S_1\varphi(t,\tau_0)} \tag{6}$$

Далее в качестве неизвестного принимается прогиб стержня y(x,t), зависящий от координаты сечения(x) и времени (t). Подставив выражение для $\varepsilon_i(t)$ в формулу кривизны:

$$\frac{1}{\rho(x,t)}=\frac{\partial^2\left[y(x,t)-y_0(x)\right]}{\partial x^2}=\frac{\left[\varepsilon_1(x,t)-\varepsilon_2(x,t)\right]}{h} \tag{7}$$

и используя равенство

$$\delta_{1.2}(x,t)=PF^{-1}\left[0{,}5\pm y(x,t)\Big/h\right] \tag{8}$$

получим уравнение:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}+\frac{1}{h}\left\{\frac{2P}{FhE(t)}y(x,t)-\int_{\tau_1}^{t}\left[\frac{2P}{Fh}y(x,\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\cdot\frac{1}{E(\tau)}+F[\sigma_1(x,\tau)]-\right.\right.$$
$$\left.\left.-F[\sigma_2(x,\tau)]\partial C(t,\tau)\partial\tau/\partial\tau\right]\partial\tau\right\}=\partial^2 y_0(x)/\partial x^2, \tag{9}$$

где h - высота двутарва, F - площадь поперечного сечения одной полки двутавра.

Задаваясь конкретным видом функции $F[\sigma]$. уравнение (9) приводим к интегро-дифференциальному уравнению относительно y(x,t). Обычно к моменту приложения внешней нагрузки можно считать, что E(t) = const. Если принять:

$$F[\sigma(x,t)]=\sum_{1}^{n}\beta_n\sigma^n(x,t), \tag{10}$$

то получим:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}+\frac{P}{EJ}y(x,t)-\int_{\tau_1}^{t}\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial \tau}\sum\frac{\beta_n}{h}\cdot\left\{\left[\frac{1}{2}+\frac{y(x,\tau)}{h}\right]^n-\left[\frac{1}{2}-\frac{y(x,\tau)}{h}\right]^n\right\}d\tau=\frac{\partial^2 y_0(x)}{\partial x^2}; \quad (11)$$

где $J=Fh^2/2$.

Если не учитывать изменения формы от изогнутой при длительной сжимающей силе, для стержня, шарнирно опертого по концам, можно принять $y_0(x)=f_0\sin\alpha_n x$; $y_0(x,t)= =f(t)\sin\alpha_n x$.

Применяя метод Бубнова-Галеркина, выделим из (11) нелинейное интегральное уравнение:

$$f(t)+\int_{\tau_1}^{t}\Phi[f(\tau)]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial \tau}d\tau=f(\tau_1); \quad (12)$$

$$\Phi[f(\tau)]=\int_0^{\ell}\sum\frac{2\beta_n\sin\alpha_n x}{\alpha_n^2\omega\ell h}\left[\frac{0{,}5+f(\tau)\sin\alpha_n x}{h}\right]^n-\left[\frac{0{,}5-f(\tau)\sin\alpha_n x}{h}\right]^n dx,$$

$$\alpha_n=\frac{n\pi}{\ell};\quad \omega=(P_\partial-P)P_\partial;\quad P_\partial=\pi^2 EJ/\ell^2;\quad f(\tau_1)=f_0/\omega. \quad (13)$$

Уравнение (12) применимо при нечетных n, а при четных n – в пределах $y(x,t)\le h/2$, так, в случае $h/2<y$ увеличение напряжений вызывает уменьшение кривизны, что неестественно.

Меру ползучести бетона и деформаций усадки для стержня, эксплуатируемых в различных климатических условиях, рекомендуется определять в соответствии [3,4]:

$$C(t,\tau)=C_э(\infty,28)\prod_{i=1}^{n}K_i;\quad \varepsilon_{sh}(t,\tau)=\varepsilon_{sh}q(\infty,7)\prod_{i=1}^{n}M_i, \quad (14)$$

где $C_э(\infty,28)$, $\varepsilon_{sh}(\infty,7)$ - предельная мера ползучести и деформации усадки бетона;

$\prod_{i=1}^{n}K_i$, $\prod_{i=1}^{n}M_i$ - коэффициенты, определяемые по рекомендациям [4].

Система нормированных коэффициентов K_i учитывает влияние основных факторов на величину меры ползучести и деформации усадки бетона:

α_{ij} - коэффициент температурного расширения бетона,

T - температура окружающей среды.

В этом случае интегральное уравнение (12) сводится к нелинейному дифференциальному уравнению:

$$f(t)=\gamma\{C_0\Phi[f(t)]-f(t)+f(\tau_1)\} \quad (15)$$

Для монотонной f(t) функции это уравнение интегрируется в неявном виде:

$$t=\tau_1+\frac{1}{\gamma}\int_{f(\tau_1)}^{f(t)}\{C_0\Phi[f(t)]-f(t)+f(\tau_1)\}^{-1}df(t). \quad (16)$$

При решении задач подобного типа обычно разыскивается критическое время, по истечении которого прогиб неограниченно возрастает, т.е. $f(t)\to\infty$. Поэтому t_{kr} определяется несобственным интегралом, который при n>1 может быть сходящимся или расходящимся в зависимости от знаков и соотношения коэффициентов полинома, состоящего под интегралом.

Иными словами, в зависимости от соотношений геометрических размеров стержня, параметров деформирования и значения нагрузки, критическое время может либо существовать, либо не существовать. В первом случае происходит потеря устойчивости, во втором - затухающее деформирование.

Пусть в полиноме (10) отлично от нуля только $\beta_3=\beta$ [3,4]. Положив в (16) $\tau_1=0$, как это обычно делается в теории наследственности, получим:

$$t = \frac{1}{a_1}\int_{f_0}^{f(t)}\left[f^3(t)+3pf(t)+2q\right]^{-1}df(t), \tag{17}$$

где $p=-a_2/3a_1$; $q=\gamma f(0)/2a_1$;

$$a_1 = 3\gamma\varphi_H\xi/h^2(1-\xi);\ a_2=\gamma\left(1-h^2a_1\right);\quad \xi=P/P_\partial;\quad \varphi_H=\beta EC_0\sigma_{cp}^2;\quad \sigma_{cp}=P/2F.$$

Применение нелинейной наследственной теории старения к решению задачи устойчивости сжатого стержня дает возможность анализировать поведение рассматриваемой конструкции при нагрузках, превышающих критическую силу полной потери устойчивости. Одноко, при нагрузках, несколько меньших критических, прогибы могут быть сколь угодно большими. Поэтому несущая способность стержня, выполненного из материала, деформирование которого соответствует теории старения, определяется его прочностью.

Полезно обратить внимание и на это, что для стержня из нестареющего материала специфика решения, основанного на нелинейной теории ползучести, приводит к необходимости определять критическую силу как небольшую, при которой процесс деформирования носит затухающий характер.

Если нагрузка $P<P_D$, то малое возмущение (f_0) приводит к возмущенному движению, в котором прогиб f при $f(t)\to\infty$ асимптотически стремится к некоторому определенному значению. Прямолинейное состояние стержня в этом случае оказывается устойчивым по отношению к рассматриваемому типу возмущения. При нагрузке $P>P_D$ прогиб неограниченно возрастает при $f(t)\to\infty$, т.е. в этот случае стержень неустойчив.

Литература

1 Арутюнян А.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. -М.-Л.: Гостехиздат, 1952. -С.323.

2 Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. -Харьков, 1968. -С.324.

3 Мельник Р.А. Применение функций напряжений типа $f(t)\to\infty$ для определения величин деформации ползучести бетона // В сб: Строительные конструкции. –Киев: Будивельник, 1966.-вып. IV. -С. 178-193.

4 Раззаков С.Р. Исследование физико-механических свойств высокопрочных тяжелых бетонов путем многофакторного эксперимента // Строительные конструкции - сб. науч. тр. ТашПИ. -Ташкент, 1979. -С. 17-29.

5 Щербаков Е.Н., Кичигина Г.И. Решение прикладных задач нелинейной теории ползучести на основе обобщенного представления функции напряжений. - Изв. вузов. Сер. стр-во и архит., 1971. - №12. –С. 3-8.

Қорытынды

Мақалада, орталық ось бойында қысылған, тиімді қималы темір - бетон сызықтың орнықтылығын есептеудің жолы жасалынған. Оларды кескіндеу кезінде Орталық Азияның ауа райын есепке алатын геометриялық түзу сызықты емес жылжу қарастырылған. Есепті шешу кезеңінде критикалық температураны, сонымен қатар сығушы күштің ең үлкен мәнге, жеткен кезінде өзінің ауытқуы шексіз, яғни $f(t)\to\infty$ болатын мәндері табылған.

Summary

The paper examines the formulation of the problem and an attempt to calculate the stability of centrally compressed reinforced concrete bars of an effective form of section. When describing the behaviour of a creep geometrical non-linear is taken into account with regard for climatic peculiarities of Central Asia. When solving the problems, critical temperature t_{cr} is searched for and also maximum meaning of compressive force PD after the expiry of which defection is increasing unlimited by, that is $f(t)\to\infty$.