УДК 517. 312

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ СТОЧНЫХ ВОД НА ПОЛЯ ФИЛЬТРАЦИИ И ЗПО

Е.М.Наурызбаев
ЮКГУ им. М. Ауезова, г. Шымкент

Наиболее распространенным способом использования очищенных сточных вод на полях фильтрации является полив, что связано с простотой и экономичностью метода, хотя имеет и существенные недостатки, в частности перерасход воды и необходимость постоянного контроля за равномерностью полива. Сброс сточных вод на ЗПО состоит из фильтрации воды в вертикальном направлении и увлажнения почвы вдоль борозд.

Для теоретического исследования процесса фильтрации и увлажнении почвы используем модель нестационарного течении открытого потока с учетом фильтрации, построенная на уравнениях Сен-Венанана, которая не требует дополнительных эмпирических выражений для указанных характеристик и дает возможность разработать гидродинамическую теорию течения воды на полях фильтрации и ЗПО. Эти уравнения имеют вид [1,2]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}+U\dfrac{\partial u}{\partial x}=g\left(i_0-\dfrac{\partial H}{\partial x}\right)-g\dfrac{U^2}{C^2R}+\dfrac{U}{\omega}q \\ \dfrac{\partial \omega}{\partial t}+\dfrac{\partial Q}{\partial x}=-q \end{cases} \tag{1}$$

Здесь g – ускорение свободного падения;

U, H - соответственно средняя скорость и глубина потока;

i_0 – уклон дна;

C – коэффициент Шези;

R – гидравлический радиус;

w - площадь живого сечения;

Q – расход воды;

q – потеря воды на единицу длины;

t – время;

x – координатная ось, направленная вдоль борозды.

Процесс будем рассматривать в борозде параболической формы поперечного сечения для отрезка $0 \le x \le L$, где L - длина борозды.

Полагаем, что в начальной момент времени (t=0) в борозде воды нет, т.е. U=0, H=0. Считаем, что далее с постоянной скоростью U_0 вода поступает в борозду, т.е. $U= U_0$ при x=0, t > 0. В конце длины поливного потока нет воды, т.е. при x = l(t) H=0, причем длина поливного потока l(t) средняя скорость связаны соотношением:

$$\frac{dl(t)}{dt}=U(x,t) \tag{2}$$

Поставленную задачу решаем, исходя из (1), используя формулы [3]:

$$Q = U w, \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = B\frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} = B\frac{\partial H}{\partial x}, \quad q = V\chi$$

где B – ширина потока в верхней части,

χ – смоченный периметр,

V – скорость фильтрации через дно борозды, получим:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + U\dfrac{\partial u}{\partial x} + g\dfrac{\partial H}{\partial x} + g\left(i_0 - \dfrac{V^2}{C^2 R}\right) + \dfrac{V}{\omega}V\chi \\ B\dfrac{\partial H}{\partial t} + \omega\dfrac{\partial U}{\partial x} + UB\dfrac{\partial H}{\partial x} = V\chi \end{cases} \tag{3}$$

Краевые условия имеют вид:

$$\begin{cases} U=0,\ H=0,\ t=0\ 0 \le x \le L \\ U=U_0,\ x=0,\ t>0 \\ H=0,\ x=l(t),\ t>0 \end{cases} \tag{4}$$

Будем использовать следующие известные соотношения:

По формуле Павловского, коэффициент Шези $C = \frac{R^n}{m}$

где m – коэффициент шероховатости дна;

n – показатель степени, равный: $n = 2{,}5\sqrt{m - 0{,}13} - 0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{m} - 0{,}1\right)$

гидравлический радиус $R\dfrac{\omega}{x}$.

Площадь и смоченный периметр параболического живого сечения $\omega = \frac{4}{3}H\sqrt{2PH}$

$$\chi = P\left[\sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \ln\left(\sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau}\right)\right]$$

где $\tau = \dfrac{H}{P}$, p – параметр параболы $x^2 = 2PY$.

Используем модель движения влаги в пористой среде, как диффузионный процесс с коэффициентом диффузии, зависящим от влажности почвы. Для случая одномерного движения влаги вниз, уравнение влагопереноса имеет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\left(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) - \frac{\partial k(\theta)}{\partial y} \tag{5}$$

Здесь θ - влажность почвы;

$K(\theta)$ – коэффициент водопроницаемости при влажности θ;

$D(\theta)$ – коэффициент диффузии;

y – координатная ось, направленная со дна борозды вертикально вниз.

При этом используем соотношение:

$$K(\theta) = K_1\left(\frac{\theta - \theta_0}{\delta - \delta_0}\right)^3$$

K_1 – коэффициент фильтрации при полном насыщении;

θ_0 – количество связанной воды в единице объема грунта;

δ – пористость грунта.

Тогда коэффициент диффузии равен:

$$D(\theta) = \frac{k(\theta)}{\gamma} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

где p- давление жидкости, определяемое по зависимости:

$$P = -\frac{P_0\theta_0}{\theta} \cdot \frac{\theta_n^3 - \theta^3}{\theta_n^3 - \theta_0^3}$$

где γ – удельный вес воды;

P_0 – давление связанной воды при влажности θ_0;

θ_n – полная влагоемкость грунта.

Начальные и граничные условия для уравнения (5) имеет вид:

$\theta = \theta_0$ при $t = 0$, $0 \le y \le F$, F – глубина увлажнения.

Используя обобщенный закон Дарси:

$$-D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y} + k(\theta) = V \quad \text{при } y = 0,\ t > 0$$

В конце длины фронта увлажнения сохраняется начальная влага:

$$\theta = \theta_0 \ \text{при } y = f(t),\ t > 0$$

Длина фронта увлажнения удовлетворяет следующему соотношению:

$$\delta \frac{df(t)}{dt} = V(y,t) \quad \text{где V – скорость фильтрации}$$

Тогда получим:

$$\delta \frac{df(t)}{dt} = -D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y} + k(\theta) \tag{6}$$

с начальным условием $f(0) = 0$.

Согласно постановке задачи, уравнение (5) решаем с краевыми условиями:

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 \ \text{при } t = 0,\ 0 \le y \le F \\ -D(\theta)\dfrac{\partial \theta}{\partial y} + k(\theta) = V \ \text{при } y = 0,\ t > 0 \\ \theta = \theta_0 \ \text{при } y = f(t),\ t > 0 \end{cases} \tag{7}$$

Таким образом, для исследования взаимодействия течения воды по бороздам и фильтрации через почву имеем краевые задачи (3), (4) и (5), (7). Такое совместное моделирование процессов течения и фильтрации более адекватно описывает реальную ситуацию. При этом сопряжение процессов учитывается через граничное условие на дне борозды. Расчет по данной модели производится следующим образом:

- сначала решается (2) с начальным условием $l(0) = 0$ для первого временного слоя;

- за нулевое приближение скорости принимаем ее входное значение, т.е. U_0. Далее решается (3) и (4) для первого временного слоя, причем за нулевое приближение скорости фильтрации принимаем K_1. Потом переходим к решению уравнения (6) соответствующим начальным условием для первого временного слоя. Причем за нулевое приближение скорости фильтрации принимаем ее входное значение, т.е. V. Затем решаем (5) и (7) для первого временного слоя, при этом вместо V и f(t) подставляем найденные значения и т.д. Процесс повторяется, пока не выполняется условие сходимости.

Литература

1 Железняков Г.В. Пропускная способность русел каналов и рек.- Л.: Гидрометеоиздат.-1981.- 312 с.

2 Кучмект Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю. Формирование речного стока.- М.:Наука. 1983.-216 с.

3 Чугаев Р. Гидравлика 3-е изд. - Л.: Энергия, 1975. - 599 с.

Қорытынды

Лас сулардың сүзілу өзгерістеріне және ЖСӨ-ге ағуының математикалық моделі келтірілген. Мұнда ағу және сүзілу процестерін бірге моделдеу қарықтардың табанындағы шекаралық шарт арқылы түйіндеу процестерін ескерген табиғи жағдайды толықтау бейнелейді.

Summary

In this paper mathematical model flow of waste water in field of filtration are obtained. It is shown that conjugate modeling processes flow and filtration waste water adecwetion described of fenomen.