ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ БІЛІМ ЖӘНЕ
ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

М.ӘУЕЗОВ атындағы ОҢТҮСТІК ҚАЗАҚСТАН МЕМЛЕКЕТТІК
УНИВЕРСИТЕТІ

Құрақбаева С.Ж.

MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДА КОМПЬЮТЕРЛІК ЕСЕПТЕУЛЕР

Оқу құралы

Шымкент, 2013

ӘОЖ 004.42
КБЖ 32.973
Қ - 77

Құрақбаева С.Ж.. Mathcad Prime 2.0 ортасында компьютерлік есептеулер. Оқу құралы. – Шымкент: М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, 2013. – 120б.

ISBN

Оқу құрал «Компьютерлік есептеулер» пәні бойынша сабақ өткізуге арналған. Компьютерлік есептеулерді орындау барысында Mathcad Prime 2.0 пакетін пайдалану көзделген. Оқу құралда теориялық мәліметтер, есептердің әрбір түрін шешу бойынша тәжірибелік нұсқаулар, жеке тапсырмалар жиыны және өзіндік жұмысқа арналған бақылау сұрақтары берілген.

Оқу құралы жоғары оқу орындарының «Ақпараттық жүйелер» мамандығы бойынша оқитын студенттеріне және магистранттарға арналған.

Пікір берушілер:

Марасулов А.М. – Қ.А.Яссауи атындағы ХҚТУ-нің, «Информатика және сандық әдістер» кафедрасының меңгерушісі, проф., т.ғ.д.;

Бердышев А.С. – Абай атындағы ҚазҰПУ -нің, «Информатика және қолданбалы математика» кафедрасының меңгерушісі, проф., ф.-м.ғ.д;

Нысанов Е.А. - М.Әуезов атындағы ОҚМУ-нің, «Информатиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» кафедрасының проф., ф.-м.ғ.д.

Оқу құралы М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университетінің Ғылыми Кеңесінде талқыланып, баспаға ұсынылған, №__ хаттама, «__» _____ 2013ж.

ISBN _____

© М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті

МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ 5
1 MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДА ЖҰМЫС ІСТЕУДІҢ НЕГІЗГІ АМАЛДАРЫ..... 7
1.1 Mathcad туралы жалпы мағлұматтар..... 7
1.2 Mathcad Prime 2.0-дің орнатылуы..... 10
1.3 Mathcad Prime 2.0 интерфейсі..... 11
1.4 Mathcad-тағы қарапайым есептеулер..... 14
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар..... 17
Бақылау сұрақтары..... 20
2 MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДА МАТРИЦАЛАРМЕН ЖҰМЫС..... 20
2.1 Mathcad Prime 2.0 ортасында матрицалармен жұмыс туралы жалпы мәліметтер..... 20
2.2 Векторларды, матрицаларды құру және түзету..... 21
2.3 Негізгі матрицалық функциялар мен операторлар..... 23
2.4 Mathcad Prime 2.0 ортасында матрицалық функциялар мен операторларды қолдану мысалдары 25
2.4.1 Матрицалармен жұмыс істеу үшін операторларды қолдану..... 25
2.4.2 Матрицалық функцияларды қолдану..... 26
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар..... 27
Бақылау сұрақтары..... 30
3 MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДАҒЫ СИМВОЛДЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕР..... 30
3.1 Символдық есептеулер туралы жалпы түсініктер..... 30
3.2 Аналитикалық түрлендіру туралы мәліметтер..... 33
3.3 MathCAD Prime 2.0. ортасында туындылар мен интегралдарды аналитикалық есептеу..... 40
3.4 Символдық амалдардың мысалдары..... 41
3.4.1 Simplify командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау..... 41
3.4.2 Айнымалылар мәнін ауыстыру көмегімен өрнектерді ықшамдау..... 41
3.4.3 Expand командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау..... 42
3.4.4 Factor көмегімен көбейткіштерге жіктеу мысалдары..... 43
3.4.5 Туындылар мен интегралдары есептеу мысалдары..... 44
3.4.6 Матрицаларды символдық есептеулер мысалдары..... 45
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар..... 46
Бақылау сұрақтары..... 50
4. MATHCAD ОРТАСЫНДА СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ..... 50
4.1 Матрицалық тәсілмен сызықты теңдеулер жүйесін шешу..... 50
4.2 Крамер формуласы бойынша сызықты теңдеулер жүйесін шешу..... 52
4.3 Lsolve функциясы көмегімен сызықты теңдеулер жүйесін шешу..... 53
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар..... 55
Бақылау сұрақтары..... 57

5 MATHCAD PRIME 2.0. ОРТАСЫНДА ФУНКЦИЯЛАРЫН ҚОЛДАНУ 57
5.1 MathCAD Prime 2.0. функциялары туралы жалпы мәліметтер 57
5.2 Find, Minerr, root және polyroots функциялары 59
5.3 Оптимизациялау функциялары 61
5.4 Аппроксимациялау және қисықтарды тегістеуші функциялары 62
5.5 MathCAD Prime 2.0. ортасында функцияларды пайдалану мысалдары 65
5.5.1 Find, Minerr, root және Polyroots функцияларын пайдалану мысалдары 65
5.5.2 Сызықтық программалау есептерін шешу үшін minimize және maximize функцияларын қолдану мысалдары 68
5.5.3 Аппроксимация және қисық сызықтарды тегістеуші функцияларын қолдану мысалдары 70
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар 74
Бақылау сұрақтары 82
6 MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДА ПРОГРАММАЛАУ НЕГІЗДЕРІ 82
6.1 Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау туралы жалпы мағлұматтар 82
6.2 Қарапайым программа құру 84
6.3 Программалау стратегиялары 86
6.4 Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау мысалдары 87
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар 89
Бақылау сұрақтары 92
7 MATHCAD-ТА ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ГРАФИКТЕРІН ТҰРҒЫЗУ 93
7.1 Mathcad Prime 2.0 графикалық мүмкіндіктері 93
7.2 XY графиктері 94
7.3 Полярлық график компоненттері 97
7.4 Контурлы графиктер туралы мәліметтер 98
7.5 Mathcad Prime 2.0 ортасындағы 3D-графиктер 102
7.6 Mathcad Prime 2.0-де декарттық, полярлық, контурлық және 3D-графиктерді тұрғызу мысалдары 107
Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар 112
Бақылау сұрақтары 114
ҚОРЫТЫНДЫ 115
ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР 116

КІРІСПЕ

Компьютерлік техника мен программалық жабдықтаудың дамуына қарай техникалық ғылымдар, экономика және қызмет ететін өзге де салаларды қолданбалы есептерді шешуде әмбебап түрдегі программалық компьютерлік жүйелер кеңінен қолданылуда [1,2]. Бұл жүйелермен жұмыс жасай білу шектік нәтиже алуды жеңілтеді. Инженерлік және математикалық есептеулерді жүргізетін программалар пакетінің бірі Mathcad пакеті болып табылады. Mathcad түрлі математикалық есептеулерді орындауға бағытталған автоматтандырылған жүйе болып табылады. Берілген программалық компьютерлік жүйе сенімділігімен ерекшеленеді және барлық функционалдық мүмкіндіктерге ие. Қосымшаның ашық архитектурасы .NET және XML технологияларымен бірге Mathcad-ты кез келген инженерлік қосымшаға қолдануға жағдай жасайды.

Mathcad-ты заманауи, әмбебап математикалық жүйе деп атауға болады, себебі ол сандық есептеулермен бір қатарда аналитикалық есептеулерді де орындауға мүмкіндік береді және математикаға бағытталған ыңғайлы интерфейсі бар.

Mathcad Prime 2.0-дің басқа нұсқалардан айырмашылығы оған жаңа мүмкіндіктер қосылған және интерфейсі жақсарған, 600 астам математикалық функцияларды пайдалану ұсынылған, сонымен қатар есептеу амалдарын орындау жоғарылаған.

Оқу құралы «Компьютерлік есептеулер» пәнінен сабақтар өткізуге арналған. Компьютерлік есептеулерді орындау барысында Mathcad Prime 2.0 пакетін пайдалану көзделген. Mathcad Prime 2.0 программасы PTC компаниясының инженерлік есептеулерді орындауға арналған программалық жабдықтаудың ең соңғы нұсқа ларының бірі болып табылады.

Берілген оқу құралы «Ақпараттық жүйелер» мамандығының студенттері мен магистранттарына арналған, сонымен қатар Mathcad ортасында инженерлік есептерді шешумен байланысты пәндерді оқып үйренетін басқа да мамандықтардың студенттері мен магистранттары үшін де пайдалы. Оқу құралында келтірілген жеке тапсырмалар келесі білімдерді қалыптастыруға көмектеседі: элементар арифметикалық және символдық есептеулер жүргізу, сызықты теңдеулер жүйесін шешу, матрицаларға амалдар орындау және функция графигін тұрғызу, сонымен қатар Mathcad Prime 2.0 ортасында регрессиялық талдау жүргізу.

«Компьютерлік есептеулер» курсы бойынша алған теориялық білімдері мен тәжірибелік дағдылары келесі пәндерді оқып үйрену үшін қажет: «Ақпараттық жүйелердегі математикалық экономика», «Ақпараттық жүйелердің сенімділігі», «Ақпараттық жүйелерде мәліметтерді талдау», «Бизнестегі ақпараттық жүйелер».

Оқу құралының құрылымына 7 бөлім кіреді.

1 – бөлімде MathCAD Prime 2.0 ортасында жұмыс жасаудың негізгі әдістері қарастырылады. Кез келген программамен жұмысты бастау үшін ол

программының жұмысын білу, орнату ерекшеліктері мен интерфейсін үйрену қажет.

2 – бөлімде зерттеліп отырған ортада матрицалармен жұмыс жасау мүмкіндігі қарастырылады. Сонымен қатар, MathCAD Prime 2.0 ортасында матрицалық функциялар мен операторларды қолдану мысалдары келтірілген.

3 – бөлімде MathCAD- та символдық есептеулер жүргізу ерекшеліктері сипатталады.

4 – бөлімде MathCAD ортасында сызықты теңдеулер жүйесін шешуге арналған: матрицалық тәсілмен, Крамер формулалары бойынша, сол секілді Lsolve құрамдас функцияны пайдалану арқылы.

Кейбір функциялар MathCAD- та математикалық, статистикалық есептерді, сызықты программалау есептерін шешу үшін қолдану 5 – бөлімде қарастырылған.

6 – бөлімде қысқаша түрде MathCAD Prime 2.0 ортасында программалаудың негізгі мүмкіндіктері мен ерекшеліктері қарастырылған.

7 – бөлімде Mathcad-тың компоненттері туралы және функциялардың графиктерін тұрғызу тәсілдері туралы мәліметтер бар, сонымен қатар осы сызбаларды кезеңмен тұрғызудың мысалдары келтірілген.

Оқу құралы теориялық бөлімді, әр типтегі есептерді шешудің практикалық ұсыныстарын, жеке тапсырмалар жиынтығын және өзіндік жұмыстың бақылау сұрақтарын өз ішіне алғандықтан «Компьютерлік есептеулер» пәнін оқып үйренуде материалдарды меңгеру процесін жеңілдетеді.

1 Mathcad Prime 2.0 ортасында жұмыс істеудің негізгі амалдары

1.1 Mathcad туралы жалпы мағлұматтар

Mathcad компьютерлік алгебраның жүйелеріне яғни, математикалық есептеулерді автоматтандыру құралдарына жатады. Бағдарламалық қамсыздандырудың бұл тобында бағыты және тұрғызу принципі жағынан әртүрлі көптеген ұқсас бағдарламалар бар. Mathcad әдетте, Maple, Mathematica, MATLAB сонымен қатар, осыларға ұқсас MuPAD, Scilab, Maxima және т.б. бағдарламалық кешендермен жиі салыстырылады.

Mathcad – бұл математикалық және инженерлік есептеулер үшін қосымша, есептерді жүргізудің, таратудың және сақтаудың өндірістік стандарты болып табылады. Mathcad – САПР, PDM және PLM жүйелерін жасаудың әлемдік лидері – PTC компаниясының өнімі болып табылады. Mathcad әмбебап жүйе, яғни ғылым мен техниканың математикалық әдістерді қолданатын кез келген саласында пайдалануға болады [3].

2006 жылдан бері PTC (Parametric Technology Corporation) корпорациясының бір бөлігі болып табылатын Mathsoft компаниясы құрылтайшыларының бірі, Массачусетс технологиялық институтындағы Аллен Раздов Mathcad-ты ойластырған және алғашқы болып жазған.

Mathcad құжаттары есептеулерді стандартты математикалық тілге өте ұқсас түрде көрсетеді, сол себептен есептің қойылуы мен оның шешілуі жеңілдей түседі. Mathcad мәтіндік және символдық редакторларды, есептеуішті, ғылыми және іскерлік графиканың құралдарын, сонымен қатар математикалық әрі инженерлік анықтамалық ақпараттың үлкен қорын қамтиды.

Графиктер мен диаграммаларды тұрғызатын мықты құралдар қолданудың қарапайымдылығы мен мәліметтерді визуалдаудың және есептерді дайындаудың эффектілік әдістерін қамтиды.

Қосымшалық құжаттарды құрған кезде WYSIWYG (*What You See Is What You Get* — «не көрсең, соны аласың») принципі қолданылады.

Mathcad-тың есептеуіш құралдары сандық әдістер және аналитикалық түрлендіруден бастап, қиын математикалық өрнектер бойынша есептеулерді қамтамасыз етеді.

Mathcad кірістірілген математикалық функциялардың үлкен жиынтығына ие, қатарларды, суммаларды, туындыларды, интегралдарды шығаруға, кешенді сандармен жұмыс істеуге, сызықтық және сызықтық емес теңдеулерді, сондай-ақ, дифференциалдық теңдеулерді және жүйелерді шешуге, функциялардың минимумын және максимумын табуға, векторлық және матрицалық операцияларды орындауға, статистикалық талдау жүргізуге және т.б. мүмкіндік береді.

Өлшеулердің әртүрлі жүйелерінде өлшемдер мен қайта есептеулерге автоматты түрде бақылау жүргізіледі.

Mathcad басқа өнімдермен оңай бірігіп кетеді. XML файлдарының форматы және стандартты интерфейстерді қолдау мүмкіндігі жұмыс

парақтарын, әдістерді немесе сандық мәндерді, оған қоса құжат айналымын басқаруды, автоматты проектілеуді (CAD) және (PDM) өнімдер туралы ақпараттарды басқару бойынша шешімдерді басқа қолданушылармен және жүйелермен бірігіп қолдануды жеңілдетеді.

Mathcad үш өлшемді автоматтандырылған проектілеу (CAD), автоматты басқару (CAM) және автоматты конструкциялау үшін бағдарламалық қамсыздандыру нарығының лидері - Creo® (бұрынырақ Pro/ENGINEER®) PTC-ның басқа да өнімдерімен жапсарсыз бірігіп кетеді.

Mathcad кеңейтулерінің пакеттері [4]

Mathcad Prime-да автоматты түрде кірістірілген қосымша қызметтердің жиынтығы кеңейтулер пакеттері болып саналады. Бағдарламаның бас мәзіріндегі «Функциялар» мәзіріне кіріп, бұл қызметтерге қол жеткізуге болады. Жекелеген ғылыми пәндер бойынша Mathcad мүмкіндіктерін кеңейту үшін PTC компаниясы бар болғаны *Mathcad-тың* төрт кеңейтулер пакетін ұсынады.

Мәліметтерді талдауға арналған пакет (*Data Analysis Extension Pack*) - мәліметтерді талдау үшін қажетті құралдармен *Mathcad-ты* қамтамасыз етеді. Инженерлерге Mathcad-та оңай импорттауға, берілгендердің құрылымын және олардың өзара байланысын талдауға, сонымен қатар оларды басқаруға мүмкіндік береді.

Сигналдарды өңдеуге арналған пакет (*Signal Processing Extension Pack*) – аналогтық және сандық сигналдарды өңдеу үшін, талдау және нәтижелерді графикалық түрде көрсету үшін 70-тен астам кірістірілген қызметтерді қамтиды.

Бейнелерді өңдеуге арналған пакет (*Image Processing Extension Pack*) – бейнелерді өңдеу үшін, талдау мен визуалдау үшін қажетті құралдармен Mathcad-ты қамтамасыз етеді.

Толқындық түрлендіру функциясымен жұмыс істеуге арналған пакет (Wavelets Extension Pack) – Mathcad Professional базалық модулінің кірістірілген функциясының кітапханасына қосуға болатын қосымша вейвлет-функциялардың үлкен жиынтығын қамтиды. Пакет сигналдар мен бейнелерді талдауында, сигналдарды статистикалық бағалауда, берілгендерді сығуды талдағанда жаңа әдістерді қолдануға сондай-ақ, арнайы сандық әдістерді қолдануға мүмкіндік береді.

Mathcad әртүрлі техникалық есептерді шешуге арналған жүздеген операторлар мен кірістірілген функцияларды қамтиды. Бағдарлама сандық және символдық есептеулерді орындауға, скалярлық өлшемдермен, векторлармен, матрицалармен операциялар жасауға, бір өлшем бірлікті автоматты түрде басқаға ауыстыруға мүмкіндік береді.

Mathcad мүмкіндіктерінің ішінен келесілерді ерекшелеуге болады:

- Дифференциалдық теңдеулерді шешу, оның ішінде сандық әдістермен шешу.
- Функциялардың екі өлшемді және үш өлшемді графиктерін құру (әртүрлі координаттарда, контурлық, векторлық және т.б.).
- Теңдеулер мен мәтінде грек алфавитінің қолданылуы.

- Символдық режимде есептеулердің орындалуы.
- Векторлармен және матрицалармен операциялардың орындалуы.
- Теңдеулер жүйесінің символдық шешілуі.
- Қисықтардың аппроксимациясы.
- Қосалқы бағдарламалардың орындалуы.
- Көпмүшелер мен функциялардың түбірін іздеу
- Статистикалық есептеулер жүргізу және ықтималдықтарды үлестіру жұмысы.
- Меншікті сандар мен векторларды іздеу.
- Өлшем бірлікпен есептеу.
- Автоматты жобалау жүйелерімен бірігу, басқарушы параметрлер ретінде есептеулердің нәтижелерін қолдану.

Mathcad нұсқалары:

- Mathcad 1.0-5.xx
- Mathcad 6
- Mathcad 7
- Mathcad 8
- Mathcad 2000 (9 нұсқа)
- Mathcad 2001 (10 нұсқа)
- Mathcad 2001i («интерактивті»)
- Mathcad 11-11.2a
- Mathcad 12
- Mathcad 13-13.1
- Mathcad 14
- Mathcad 15
- Mathcad Prime 1.0
- Mathcad Prime 2.0
- Mathcad Prime 3.0 – дайындалу үстінде, 2013 жылдың күзінде шығару жоспарлануда.

Mathcad Prime 2.0 келесі мүмкіндіктерге ие[5,6]*:*

- Қарапайым, қайталанатын есептеулер үшін кәдімгі есептегіш ретінде қолдану;
- Символдық өрнектерді есептеу және ықшамдау;
- Интегралдар мен туынды функцияларды есептеу үшін қолдану;
- Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу, матрицалармен және анықтауыштармен жұмыс істеу;
- Сызықтық емес алгебралық теңдеулер жүйесін шешу;
- Декарттық және цилиндрлік, сондай-ақ, полярлық координаталарда графиктер тұрғызу, әртүрлі диаграммалар мен гистограммалар тұрғызу;
- Өзінің жеке, интуитивті түсінікті, бағдарламалау тілін пайдаланып тармақталған және циклдік алгоритмдерге бағдарламаларын құру;
- Дифференциалдық теңдеулерді шешу;

- Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика есептерін шешу;
- Windows операциялық жүйесінің Excel, PowerPoint, Word сияқты басқа да қосымшаларымен ақпарат алмасуды іске асыру;
- Есептеулерді құжаттау және есептік құжатнаманы құру;
- 600-ден астам кірістірілген функциялары бар;
- Құжаттар үлгілері, мәтінді форматтау, формулаларды форматтау қызметтері бар;
- 3D графиктермен жұмыс істеудің жақсартылған модулі;
- Мәтінде өрнектерді тікелей ендірудің мүмкіндігі

1.2 Mathcad Prime 2.0-дің орнатылуы

Mathcad-тың алдыңғы кез келген нұсқаларымен бірге Mathcad Prime 2.0-ді орнатуға болады. Mathcad Prime 2.0-ді Mathcad Prime 1.0-мен бірге орнатқан кезде келесі шектеулерді ескеру қажет [7]:

- Mathcad Prime 2.0 32- және 64-разрядты нұсқаларына ие. Жоғары деңгейлі өнімділікке қол жеткізу үшін компьютерге сәйкес келетін нұсқасын орнату керек.

- Егер компьютерде Mathcad Prime 1.0 және Mathcad Prime 2.0 екі нұсқасыда орнатылған болса, Mathcad файлдары келісілген бойынша соңғы нұсқамен ашылады.

- Mathcad Prime 2.0 орнатылғаннан кейін Mathcad-тың ескі құжаттарын Mathcad Prime 2.0 форматына түрлендіру үшін оның XMCD-, MCD- түрлендіргіштерін қолдануға болады.

- Бір компьютерде Mathcad Prime 2.0-дің (32- және 64-разрядты) екі нұсқасын да орнатуға болмайды.

Жүйеге қойылатын талаптар

• Pentium-процессор сиымдылығы 2xP4 2.4 ГГц немесе жаңасы

• Windows XP Home немесе Professional Edition SP3, Windows XP Professional x64 Edition SP2, Windows Vista x32 немесе x64 Edition, Windows 7 x32 немесе x64 Edition; ұсынылады Windows XP SP3, XP-x64 SP2, Vista немесе Windows 7 ОЖ

• Windows Installer 3.0 немесе соңғы нұсқасы

• Microsoft .NET Framework®4.0 Client Profile

• Microsoft .NET Framework® 4.0 Extended

• 512 МБ жедел жады

• қатты дискіде 1,6 ГБ бос орын (Mathcad БҚ, бір тіл үшін - 400 МБ, алдын ала талаптарды қанағаттандыру үшін 250 МБ және орнату процесінде файлдарды уақытша сақтау үшін 1,2 ГБ)

• SVGA графикалық платасы (немесе жаңасы) және кеңейтілуі 1024 x 768 және 32-биттік түстік гаммасы бар монитор

• Пернетақта және тышқан немесе сәйкес келетін құрылғы

• Анықтама жүйесінің толық жұмыс істеуі үшін Internet Explorer 6.0 және Adobe Reader 5.0 немесе осылардың жаңа нұсқасы қажет.

Автоматты орнатылатын пакеттердің құрылуы және орындалуы

1. Орнату утилитін қосыңыз.

2. Ары қарай (Next) Ары қарай (Next) түймесін басыңыз. Лицензиялық келісімді қабылдау (Accept License Agreement) диалогтық терезесі ашылады.

3. Лицензиялық келісімді қабылдап, Ары қарай (Next) түймесін басыңыз. Орнату үшін өнімді таңдау (Select Product to be Installed) диалогтық терезесі ашылады.

4. Mathcad PrimΣ пунктін таңдаңыз. Mathcad лицензиясының типі (Mathcad License Type) диалогтық терезесі ашылады.

5. FLEXnet Publisher серверін немесе (FLEXnet Publisher-дің FLEXnet сервері) лицензия файлын немесе (FLEXnet Publisher/License File) лицензия файлын таңдап, Ары қарай (Next) түймесін басыңыз. Mathcad орнату типі (Mathcad Installation Type) диалогтық терезесі ашылады.

6. Автоматты орнату пакетін құру (Create silent installation installation package) пунктін таңдаңыз.

7. Орнатудың параметрлерін баптап орнатудың утилитінен шығыңыз. Орнатудың көрсетілген бумасында автоматты орнатудың пакеті құрылады.

8. Жұмыс станциясы жүйелік талаптарды қанағаттандыратындығын растау қажет. Бұл қажетті бағдарламалық қамтамасыз етудің алдын ала орнатуын қамтиды.

9. Орнатудың 7-ші қадамында құрылған, орнатудың қолданушы пакеті бар буманың ішін көшіріп алыңыз.

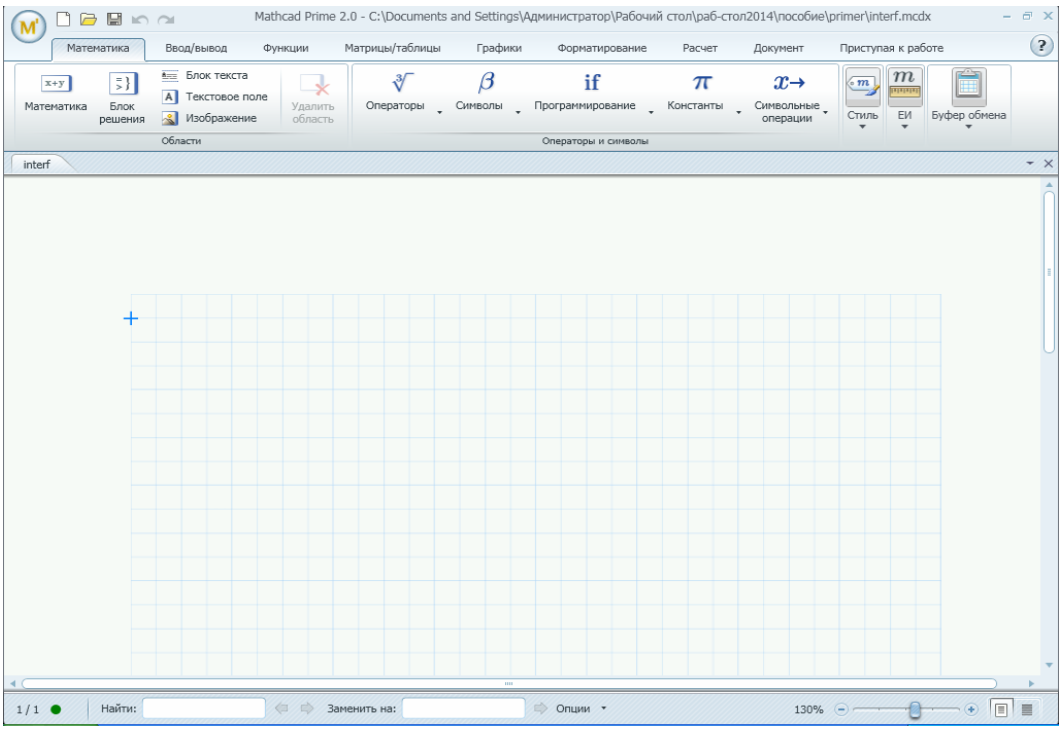
10. 7-ші қадамда құрылған буманы ашыңыз.

11. Орнатуды қосу үшін MathcadPrimeSetup.vbs файлының белгісін екі рет шертіңіз.

1.3 Mathcad Prime 2.0 интерфейсі

Mathcad қолданушы интерфейсі қолданушының жұмысын қолайлы және интуитивті түсінікті етуге арналған.

Mathcad іске қосылғанда мәтін, теңдеу, графиктер мен суреттерді қосуға болатын бос құжат ашылады. Бір мезетте ашылған құжаттардың саны тек операциялық жүйенің ресурстарымен ғана шектеледі (сурет 1).



Сурет 1. MathCAD жүйесінің жұмыс терезесі

Mathcad-тың жұмыс облысы қолданушының интерфейсі мен құжаттың келесі элементтерін қамтиды [8]:

- Тақырып қатары – терезенің жоғарғы жағында орналасқан және Mathcad-тың орнатылған нұсқасын білдіреді.
- Mathcad түймесі – тақырып қатарында орналасқан және келесі элементтерді қамтиды:
  - Файлдармен жұмыс істеуге арналған командалар, мысалы: Ашу (Open), Сақтау (Save) және Баспаға шығару (Print).
  - Mathcad опциялары (Mathcad Options) – Mathcad опциялар (Mathcad Options) диалогтық терезесінің ашылуы және программа туралы (About), Лицензия (License) және Опциялар (Options) диалогтық терезелеріне қол жеткізу.
  - Алдын ашылған құжаттар тізімі (Recent Worksheets).
- Лента – байланысқан командалары топтастырылған жапсырмаларды қамтиды. Лентаның жапсырмаларында жанама мәзірі, қалқымалы көмек айту және пернелер үйлесуі көрсетіледі.

Mathcad командаларының көпшілігі лентада орналасқан. Жұмыс облысын лентаны үлкейтіп немесе кішірейтіп және жедел қол жеткізу панеліне жиі қолданылатын командаларды қосу арқылы баптауға болады.

Лентада келесі негізгі жапсырмалар орналасқан:

- Математика (Math);
- Ендіру / Шығару (Input / Output);
- Функциялар (Functions);
- Матрицалар / Кестелер (Matrices / Tables);
- Графиктер (Plots);

- Форматтау (Formatting);
- Есептеу (Calculation);
- Құжат (Document);
- Іске кірісерде (Getting Started).

Лентаның командалары туралы қосымша мәліметтерді қалқымалы көмек айту мен жанама анықтамасынан алуға болады [9]. Лентаның барлық жапсырмалары топтарға бөлінген. Мысалы, *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында *Операторлар* (Operators), *Символдар* (Symbols), *Программалау* (Programming) және *Тұрақтылар* (Constants) тізімдері орналасқан.

- Жылдам қол жеткізу панелі жиі қолданылатын командаларды қамтиды. Панельге командаларды қосуға және одан өшіруге болады. Жылдам қол жеткізу панелі лентаның астында немесе үстінде орналаса алады.
- Жанама мәзір – егер құжатты тышқанның оң жақ батырмасымен шертсек, онда жиі қолданылатын командаларға қол жеткізуге болады.
- Ашық құжаттар панелі – тікелей лентаның астында орналасқан және бір немесе бірнеше жапсырмасы болады. Әрбір жапсырмаға ашылған құжаттың аты беріледі. Ашық құжаттар панелінде ашық тұрған құжаттар болмаса, онда жалғыз «Атаусыз» (Untitled) атты жапсырма көрінеді.
- Қалып-күй қатарында құжат бетінің нөмірі, "Автоматты есептеу" (Auto Calculation), "Табу және ауыстыру" (Find and Replace), "Масштабтау регуляторы" (Zoom Slider), "Бетті қарау" (Page View) және "Жазба парақ режимі" (Draft View) батырмалардың жағдайын көрсететін түрлі-түсті шеңбер.
- "Функциялар" (Functions) терезесі – іздеу мүмкіндігі бар қосымша жалғанатын терезе, мұнда Mathcad-тың барлық кірістірілген функциялары көрінеді.
- RSS-канал терезесі – құжаттың оң жағына жалғанған қосымша терезе, мұнда қолданушылар үшін RSS-каналдың мазмұны көрінеді.
- Жұмыс парағы (Құжат облысы) – бұл Mathcad Prime 2.0 интерфейсінің негізгі элементі, мұнда мәтіндер, теңдеулер, графиктер мен бейнелер жүргізіледі және орналастырылады.

Mathcad құжаттарында есептеулер орындалады және көрсетіледі. Mathcad-ты іске қосқанда бос құжат ашылады. Сосын теңдеуді, мәтінді және басқа да элементтерді құжаттың кез келген жеріне ендіруді бастауға болады. Құжаттарда төменгі және жоғарғы колонтитулдарды қосу мен баптауға, сонымен қатар беттің көрінетін торларын және өрістерін өзгертуге болады.

Математикалық және басқа да элементтерді ендіру үшін алдын ала облысты беру қажет. Құжаттың облыстары элементтердің мәліметтерін қамтиды. Облыстардың келесі типтері бар:

- Math;
- кесте;
- график;
- шешім блогы;

- бейне;
- мәтіндік өріс;
- мәтін блогы.

Бір мезетте бірнеше құжатты ашуға болады. Әрбір ашылған құжат лентаның астындағы жаңа жапсырмаға орналасады. Қажетті құжатқа өту үшін сол құжаттың жапсырмасын шерту керек.

1.4 Mathcad-тағы қарапайым есептеулер

Басқа ұқсас программаларға қарағанда Mathcad-тың негізгі айырмашылығы – бұл формулаларды ендірудің мәтіндік емес, керісінше графикалық режимі болып табылады [10]. Командаларды, функцияларды, формулаларды теру үшін пернетақтаны да, көптеген арнайы саймандар панеліндегі батырмаларды қолдануға болады. Енгізілген формуламен есептеулер жүргізу қолданушының қалауы бойынша немесе лезде, жиынтықпен бірге, әйтпесе команда бойынша орындалады. Қарапайым формулалар солдан оңға қарай және жоғарыдан төмен қарай (мәтін оқыған сияқты) есептеледі. Кез келген айнымалыларды, формулаларды, параметрлерді нәтиженің сәйкесінше өзгеруін қарап отырып өзгертуге болады. Бұл интерактивті есептеу құжаттарын шынайы ұйымдастыруға мүмкіндік береді.

Формулалар облысын басқа облыстардан жоғары, төмен, солға, оңға орналасуын жылжыту үшін бағыттауыш батырмалары қолданылады.

Mathcad ортасында айнымалылар үшін есептеу формулаларының жоғары немесе сол жағында орналасқан айнымалылардың тағайындаулары ғана мойындалады. Әйтпесе, қате туралы хабарлама пайда болады. Ендірілген тұрақтылар үшін ғана осы ереже жүрмейді. Мысалы, с =. деп ендіріңіз, сонда нәтижесінде жарық жылдамдығы алынады.

Mathcad-құжатында математика әдеттегі үлгіде көрсетіледі: қиғаш сызық арқылы бөлу, дәреже көрсеткіші жоғарғы жақта және бөлшекті құраушылар. Mathcad теңдеулер редакторы математикалық формула құрылымы ішінде жұмыс істейді. Ендіру кезінде Mathcad артықшылық ережесін және бөлімдерді, дәрежелер мен түбір астындағы формулаларды ендіруді жеңілдету үшін қосымша ережелерді қолдана отырып формуланың бөлшектерін жинайды.

Математикалық элементтерді кірістіру

Математика (Math) – бұл Mathcad-та келісілген бойынша кірістіру режимі. Кірістірудің бастапқы нүктесі көк крестпен белгіленеді. Ағымдағы кірістіру нүктесін құжаттағы бос орынды шерту арқылы өзгертуге болады. Әріптерді, сандар мен операторларды ендіргенде кірістіру нүктесінде көк вертикал сызығы бар формулалар облысы пайда болады. Бұл меңзерді математикалық формулаларды өзгерту үшін қолдануға болады.

Mathcad цифрдан басталатынның барлығын сан деп қабылдайды. Нүкте мен үтір келесі түрде қолданылады: 1) нүкте санның бүтін және

бөлшек бөліктерін бөлгіш тұрғысында қолданылады; 2) үтір функциялардың аргументтерін және массив индексінің элементтерін бөліп алу үшін немесе диапазонда қадамды көрсету үшін қолданылады.

999-дан үлкен сандарда цифрды үшеуден топтастырып бөлу үшін үтір де, нүкте де қолданылмайды. Мысалы, он мың санын ендіру үшін пернетақтадан 10000 теру керек.

Mathcad Prime 2.0 ортасында «Көшіру», «Қою», «Қиып алу» операциялары *Математика – алмасу буфері* тізбесін немесе пернелер комбинациясын таңдаған кезде қол жетімді болады:

[Ctrl][X] – буферге қиып алу;

[Ctrl][C] – буферге көшіріп алу;

[Ctrl][V] – буферден қою.

Есептеу операторлары:

- Сандық шешім (Evaluate Numerically) =
- Символдық (аналитикалық) шешім (Evaluate Symbolically) →
- Меншіктеу (Definition) :=
- Глобалдық меншіктеу (Global Definition) ≡.

Арифметикалық өрнектің нәтижесі егер өзінен кейін «=» белгісі немесе «→» белгісі тұрса көрсетіледі. Бірінші жағдайда нәтиже сандық түрде, ал екіншісінде – символдық түрде беріледі.

Символдық есептеудің мысалы:

$$\frac{2.45}{6.178}+\frac{14}{52}-76-\frac{18}{87}\rightarrow -75.541097313733252158$$

Математимкалық өрнектерді ендіру

Mathcad-та математикалық өрнектерді ендіру, бір парақ қағазға жазғандай өте оңай. Қарапайым математикалық белгілерді қолдана отырып, өрнектерді тікелей пернетақтадан енгізуге болады [11].

Математикалық формулалардың келесі типтерін енгізуге болады:

алгебралық	$5x^2 + 4xy + 7$
дифференциалдық пен интегралдық	$\int_2^5 x^3\,dx$
логикалық	$3 < 5$
матрицалық пен векторлық	$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$
қатарлық	$\text{“string } A\ 09\ 1\text{”}$

Есептеу жүйесінің арифметикалық формулаларды орындау кезінде қарапайым математикада қабылданған артықшылығы бар арифметикалық операциялардың белгілері қолданылады. Өрнектер, сонымен қатар басқа да операцияларды қамтиды:

- түбір алу;
- дәрежесін шығару;
- интегралдау және дифференциалдау;
- факториал белгілері және суммасын шығару және т.б.

Формулаларды жазу мысалы:

$$4.5\cdot\left(\sqrt[5]{56.3}+\sqrt{14.356}\right)+5.2^{1.8}-4.89+\frac{6.52}{4.78}=43.046$$

Есептеулер кезінде көрінетін мәні бар цифрлардың санын *Нәтижелер* (Results) тобындағы *Форматтау* (Formatting) жапсырмасының көмегімен реттеуге болады.

Нәтижелер (Results) тобындағы *Форматтау* (Formatting) жапсырмасында келесі опцияларды баптауға болады.

Нәтижелер форматы (Result Format) — сандық нәтижелерді көрсету форматын басқарады.

➢ Кіші разрядтарда нөлдерді көрсету (Show Trailing Zeros) — Көрсетудің дәлдігі (Display Precision) ағымдағы таңдауына сәйкес келу үшін ондық нүктенің оң жағында кіші разрядтарда нөлдерді көрсетуін тексереді.

➢ Көрсетудің дәлдігі (Display Precision) — опция таңдалған шарты кезінде, ондық нүктенің оң жағында көрінетін сандардың мөлшерін басқарады.

➢ Форматты болдырмауды (Clear Format) шерту арқылы келісілген бойынша жасалған өзгерістерді болдырмауға және нәтижелерді форматтауды қалпына келтіруге болады.

Айнымалыларды анықтау

1. Құжатқа анықтауға тиісті айнымалының атын енгізіңіз.
2. Анықтау операторын қою үшін қос нүкте ендіріңіз, :=.
3. Орын толтырғышқа сан, қатар және формула енгізіңіз немесе дискретті мәндер облысының операторларының бірін енгізіңіз.

Функцияларды анықтау

Қолданушы кірістірілген функцияларды қолдана алады немесе өзінің функцияларын анықтай алады. Функцияны анықтағаннан соң, оны анықталған функцияның астыңғы немесе оң жағындағы кез келген жерде қолдануға болады.

Функциясы бар өрнектерді есептеген кезде Mathcad келесі әрекеттерді орындайды:

- жақша ішінде аргументтерді есептеу;

- функцияларды анықтағанда жалған аргументтерді жақша ішінде тұрған шынайы аргументитермен алмастыру;
- функцияларды анықтауда көрсетілген есептеулер;
- нәтижелерді функция мәні түрінде қайтару.

Скалярлық мәндер, векторлар мен матрицалар қолданушы функциясының аргументі бола алады.

Математикалық формула өзгерген кезде оның нәтижесі автоматты түрде жаңарады. Өзгертілген формулалардың оң жағында немесе төменгі жағында орналасқан барлық математикалық байланысқан облыстар сәйкесінше жаңарады. Егер есептеу облысын өшіретін болсақ, онда нәтижелер жаңармайтын болады.

Қайталап есептелетін формулалар немесе функциялар үшін диапазон айнымалысын немесе векторды қолдануға болады. Сақтау үшін нәтижелерді файлға басуға немесе көшіріп қоюға болады.

Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 1.1

MathCAD ортасында келесі арифметикалық өрнектердің мәнін есептеп, тексеру керек:

Нұсқа	Өрнек 1	Өрнек 2
1	$\frac{\left(13.75+9\frac{1}{6}\right)\cdot 1.2}{\left(10.3-8\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{5}{9}}+\frac{\left(6.8-3\frac{3}{5}\right)\cdot 5\frac{5}{6}}{\left(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}\right)\cdot 56}-27\frac{1}{6}$	$\frac{\left(\frac{1}{6}+0.1+\frac{1}{15}\right)\div\left(\frac{1}{6}+0.1-\frac{1}{15}\right)\cdot 2.52}{\left(0.5-\frac{1}{3}+0.25-\frac{1}{5}\right)\div\left(0.25-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{7}{13}}$
2	$\left(\frac{3\frac{1}{3}+2.5}{2.5-\frac{1}{3}}\cdot\frac{4.6-2\frac{1}{3}}{4.6+2\frac{1}{3}}\cdot 5.2\right)\div\left(\frac{0.05}{\frac{1}{7}-0.125}+5.7\right)$	$\frac{0.4+8\cdot\left(5-0.8\cdot\frac{5}{8}\right)-5\div 2\frac{1}{2}}{\left(1\frac{7}{8}\cdot 8-\left(8.9-2.6\div\frac{2}{3}\right)\right)\cdot 34\frac{2}{5}}\cdot 90$
3	$\frac{\left(\frac{3}{5}+0.425-0.005\right)\div 0.1}{30.5+\frac{1}{6}+3\frac{1}{3}}+\frac{6\frac{3}{4}+5\frac{1}{2}}{26\div 3\frac{5}{7}}-0.05$	$\frac{3\frac{1}{3}\cdot 1.9+19.5\div 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75}-0.16}\div\frac{3.5+4\frac{2}{3}+2\frac{2}{15}}{0.5\cdot\left(1\frac{1}{20}+4.1\right)}$
4	$\frac{\left(1\frac{1}{5}\div\left(\frac{17}{40}+0.6-0.005\right)\right)\cdot 1.7}{\frac{5}{6}+1\frac{1}{3}-1\frac{23}{30}}+\frac{4.75+7\frac{1}{2}}{33\div 4\frac{5}{7}}\div 0.25$	$\frac{\left(4.5\cdot 1\frac{2}{3}-6.75\right)\cdot\frac{2}{3}}{\left(3\frac{1}{3}\cdot 0.3+5\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}\right)\div 2\frac{2}{3}}+\frac{1\frac{4}{11}\cdot 0.22\div 0.3-0.96}{\left(0.2-\frac{3}{40}\right)\cdot 1.6}$

5	$\dfrac{\left(1.88+2\dfrac{3}{25}\right)\cdot\dfrac{3}{16}}{0.625-\dfrac{13}{18}\div\dfrac{26}{9}}+\dfrac{\left(\dfrac{0.216}{0.15}+0.56\right)\div 0.5}{\left(7.7\div 24\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{15}\right)\cdot 4.5}$	$\dfrac{0.128\div 3.2+0.86}{\dfrac{5}{6}\cdot 1.2+0.8}\cdot\dfrac{\left(1\dfrac{32}{63}-\dfrac{13}{21}\right)\cdot 3.6}{0.505\cdot\dfrac{2}{5}-0.002}$
6	$\dfrac{0.125\div 0.25+1\dfrac{9}{16}\div 2.5}{(10-22\div 2.3)\cdot 0.46+1.6}+\left(\dfrac{17}{20}+1.9\right)\cdot 0.5$	$\dfrac{(3.4-1.275)\cdot\dfrac{16}{17}}{\dfrac{5}{18}\cdot\left(1\dfrac{7}{85}+6\dfrac{2}{17}\right)}+0.5\cdot\left(2+\dfrac{12.5}{5.75+\dfrac{1}{2}}\right)$
7	$\dfrac{\left(0.3275-\left(2\dfrac{15}{88}+\dfrac{4}{33}\right)\div 12\dfrac{2}{9}\right)\div 0.07}{(13-0.416)\div 6.05+1.92}$	$\dfrac{3.75\div 1\dfrac{1}{2}+\left(1.5\div 3\dfrac{3}{4}\right)\cdot 2\dfrac{1}{2}+\left(1\dfrac{1}{7}-\dfrac{23}{49}\right)\div\dfrac{22}{147}}{2\div 3\dfrac{1}{5}+\left(3\dfrac{1}{4}\div 13\right)\div\dfrac{2}{3}-\left(2\dfrac{5}{18}-\dfrac{17}{36}\right)\cdot\dfrac{18}{65}}$
8	$\dfrac{\left(\left(4.625-\dfrac{13}{18}\cdot\dfrac{9}{26}\right)\div\dfrac{9}{4}+2.5\div 1.25\div 6.75\right)\div 1\dfrac{53}{68}}{\left(\dfrac{1}{2}-0.375\right)\div 0.125+\left(\dfrac{5}{6}-\dfrac{7}{12}\right)\div(0.358-1.4796\div 13.7)}$	$\dfrac{\left(\left(3\dfrac{7}{12}-2\dfrac{11}{18}+2\dfrac{1}{24}\right)\cdot 1\dfrac{5}{31}-\dfrac{3}{52}\cdot\left(3\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{6}\right)\right)\cdot 1\dfrac{7}{13}}{\dfrac{19}{84}\div\left(5\dfrac{13}{42}-2\dfrac{13}{28}+\dfrac{5}{24}\right)+1\dfrac{2}{27}-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{4}{9}}$
9	$\dfrac{(81{,}624:4{,}8-4{,}505)^2+125\cdot 0{,}75}{((0{,}44^2:0{,}88+3{,}53)^2-2{,}75^2):0{,}52}$	$\dfrac{((5{,}2^2:2{,}6+8{,}1)^2-6{,}5^2):0{,}025}{(60{,}192:2{,}4-1{,}08)^2-0{,}24\cdot 1400}$
10	$\left(\dfrac{8{,}8077}{20-(28{,}21\cdot(13{,}333\cdot 0{,}3+0{,}001))\cdot 2{,}004}+4{,}9\right)\cdot\dfrac{5}{32}$	$\dfrac{\left(9\dfrac{3}{4}:5{,}2+3{,}4\cdot 2\dfrac{7}{34}\right):1\dfrac{9}{16}}{0{,}31\cdot 8\dfrac{2}{5}-5{,}61:27\dfrac{1}{2}}$
11	$\dfrac{4\dfrac{1}{3}+5{,}4+0{,}26}{\dfrac{23}{15}+0{,}03+0{,}1}:((4-0{,}813-2\dfrac{7}{8}):(8\dfrac{7}{24}-7{,}916))):(\dfrac{3}{14}+\dfrac{9}{42})$	$\dfrac{14-\left(49\dfrac{1}{3}:16-14:8\dfrac{1}{6}\right)\cdot 7}{1\dfrac{17}{18}\cdot\left(1\dfrac{59}{70}+\dfrac{37}{42}+2\dfrac{19}{30}\right)-10}$
12	$\dfrac{(17\dfrac{3}{100}-11{,}27):2\cdot 10\dfrac{1}{3}}{12:(2{,}28:(28{,}57-5{,}01))}+4\dfrac{1}{2}(3:(0{,}2-\dfrac{1}{10})):(2\dfrac{1}{2}(0{,}8+\dfrac{6}{5}))$	$\dfrac{0{,}536^2-4{,}64^2}{3{,}6^2-7{,}2\cdot 2{,}4+2{,}4^2}$
13	$(\dfrac{(14{,}6+5:6{,}25)\cdot 14}{4\cdot 0{,}125+2{,}3}:\dfrac{7}{6}):\dfrac{27\cdot 9\dfrac{3}{5}}{12{,}4+4\dfrac{2}{5}}+(4\dfrac{5}{8}-\dfrac{13}{6}\cdot 8\dfrac{5}{3}):(3{,}25-2\dfrac{1}{4})$	$\dfrac{6{,}62^2+5{,}4\cdot 3{,}38+1{,}22\cdot 3{,}38}{20{,}1^2-13^2+33{,}1\cdot 12{,}9}$

14	$\dfrac{4{,}5:(47{,}375-(26\frac{1}{3}-18\cdot 0{,}75)\cdot 2{,}4:0{,}88)}{17{,}81:1{,}37-23\frac{2}{3}:1\frac{5}{6}}$	$\dfrac{2\frac{11}{25}-0{,}84\cdot\left(6\frac{8}{9}:2\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\cdot 4\frac{4}{35}\right)}{7{,}605:7\frac{1}{2}+3{,}096}$
15	$\dfrac{(13\frac{1}{4}-2\frac{5}{27}-10\frac{5}{6})\cdot 230\frac{1}{25}+46\frac{3}{4}}{(1\frac{3}{7}+\frac{10}{3}):(12\frac{1}{3}-14\frac{2}{7})}$	$\frac{1}{5}:((1\frac{1}{4}+2{,}5)\cdot 3{,}2)+(4{,}25:(4\frac{1}{4}\cdot(5{,}25-1\frac{1}{2})))\cdot 2$

Тапсырма 1.2

Арифметикалық өрнектің мәнін есептеу керек. Нәтижесін үтірден кейін 6 санға дейін шығарыңыз.

Нұсқа	Айнымалылар мәндері	Өрнек
1	$x = 3.981$ $y = 1.625$ $c = 0.512$	$h = \dfrac{\sqrt{c + x^2 \cdot (\cos^5(x) - c)} + \sqrt[5]{\sin x + \ln y}}{c + y}$
2	$x = -6.251$ $a = 0.827$ $z = 25.001$	$b = \dfrac{x^3 + z}{\cos^2 x + 1} + tgx^2 - \sqrt{\sin x - a} + \dfrac{e^x}{3x^2}$
3	$x = 3.251$ $y = 3.325$ $z = 0.466$	$h = \dfrac{\sin z + \cos 2x}{2x^5 + tgx} + \sqrt[3]{3x + 2y}$
4	$x = 0.622$ $y = 3.325$ $z = 5.541$	$\varphi = \dfrac{(\cos x - \sin y)^3}{\sqrt{tg(z)}} + ln^2(x \cdot y \cdot z)$
5	$x = 17.421$ $b = 10.365$ $z = 0.828$	$k = \dfrac{1 + \sin^3 x}{z^2} + \cos^2 x + \dfrac{ln^2 x + b}{x^4}$
6	$x = 2.444$ $y = 0.869$ $z = -0.166$	$g = \left\lvert x^2 - \dfrac{1}{e^a + 3} \right\rvert - \dfrac{1 + \sin^3 x}{a^2}$
7	$x = 0.335$ $y = 0.025$ $z = 32.005$	$t = y^{x+1} + \sqrt{\lvert x \rvert + e^y} - \dfrac{z^{3x} - \sin^2(y)}{y + z^2 / (e^x)}$
8	$x = 3.258$ $r = 4.005$ $z = -0.666$	$p = \dfrac{e^x - 2}{z + 3} + \sqrt{\sin^2 x^5} - \dfrac{r^3 + 1}{\cos^2(r - 2) + 1}$

9	x = 0.100 y = -8.750 z = 0.765	$y = \left((1+y) \cdot \sqrt{sin^2(z)} - \frac{\lvert y-x \rvert}{5} \right)^3$
10	x = 1.542 a = 3.261 z = 8.005	$r = \frac{x^2}{e^a} + \frac{1}{3} \cdot \sin^2 z - \ln \sqrt{2x}$
11	a5 = 1.426 a = -1.220 p = 3.500	$w = p^{0,8} + \frac{a}{a-p} - sin^2 \frac{a^5}{a^5 - 1}$
12	x = -4.500 y = 0.750 z = 0.845	$z = \sqrt{\left\lvert \frac{-3 \cdot tg\ y \cdot ln(x^4 + z)}{e^{-x} + 1} \right\rvert}$
13	a = 3.741 x = 0.825 z = 5.160	$v = tg \frac{\sqrt[3]{a}}{5 + a^3} + \frac{sin\, z - tg\, 2x}{e^x}$
14	x = 0.400 a = 2.875 f = -0.475	$d = \frac{sin^2 x + 1}{x^4} + cos^3 x + e^{a-1} - \frac{\sqrt{sin\, f^2 + f}}{cos^2 a}$
15	x = -15.24 a = 5.642 b = 20.001	$u = (1 + x^2) \cdot x + \frac{e^x}{2x^2 + 5} - \frac{a}{b \cdot cos\, x^3}$

Бақылау сұрақтары:

1. Mathcad қандай есептерді шығару үшін қолданылады?
2. Mathcad Prime 2.0 программасы интерфейсінің негізгі элементтерін атаңыз.
3. MathCAD есептерді қалай орындайды?
4. MathCAD жүйесінде қателіктер сигналы қандай белгіленеді?
5. MathCAD жүйесінде берілгендердің қандай типтері қарастырылған?
6. Mathcad Prime 2.0 пакетінде есептеу кезінде көрінетін маңызды сандардың мөлшерін түзеткенде жасалатын әрекеттердің тәртібі.

2 Mathcad Prime 2.0 ортасында матрицалармен жұмыс

2.1 Mathcad Prime 2.0 ортасында матрицалармен жұмыс туралы жалпы мәліметтер

Векторлар мен матрицаларды әдетте жалпы терминмен «массивтер» деп атайды. Вектор бір қатардан және n бағаннан (вектор-қатар) немесе бір бағаннан және n қатардан (вектор-баған) тұратын массив болып табылады, ал матрица – ол m қатардан және n бағаннан тұратын массив болып табылады.

Массивтің бір ғана мәні бар қарапайым айнымалылардан айырмашылығы, оның көптеген мәнге ие болуында.

Векторлық аргумент алушы функциялар үшін әдетте вектор-баған қажет болады. Массивтерді сандар мен скалярлық мәндер секілді құруға және қолдануға болады.

Массивтерге көптеген стандартты операторлар мен функцияларды қолдануға болады. Сонымен қатар, массивтермен жұмыс істеуге арналған бірнеше арнайы операторлар бар [12].

- Матрицадағы элемент операторы — массивтің анықталған элементін қайтарады немесе береді.
- Қатарды алып тастау операторы — матрицаның қатарын қайтарады.
- Бағанды алып тастау операторы — матрицаның бағанын қайтарады.
- Транспонирлеу операциясының операторы — m × n массивтің қатарларын бағандарға ауыстырудың нәтижесінде алынған n × m массивті қайтарады.

Массивтерде сандар, өрнектер немесе қатарлар болуы мүмкін. Сонымен қатар, массивтерде басқа да массивтердің болуы мүмкін. Мұндай массивтерді салынған деп атайды.

Матрицалық есептеулерді MathCAD-та шартты түрде үш негізгі типке бөлуге болады.

Бірінші, матрицаларға жасалатын мынандай қарапайым әрекеттер: құру, олардан мәліметтерді алу, оларды көбейту, қосу немесе скалярлық көбейту жатады.

Екінші типке, матрицалық алгебраның арнайы функцияларын және кірістірілген алгоритмдерін қолдануды талап ететін матрицалық түрлендірулерді, атап айтқанда мысалы, анықтауышты, матрицалық нормаларды есептеу функциялары немесе векторлар элементтерін өсу бойынша сұрыптауды жатқызуға болады.

Матрицалық есептеулердің үшінші типіне, тек MathCAD-тың программалау жүйесінің мүмкіндіктерін қолдану арқылы ғана шешуге болатын есептерді жатқызуға болады.

Программалау тілдерінде массивтердің бастапқы индекстері әдетте 0-ге теңестіріледі. MathCAD-та келісілген бойынша қатарлар мен бағандардың индекстері 0-ден бастап есептелінеді. Мұндай жағдайда, егер осындай жүйе ыңғайсыз болса, онда жүйелік айнымалыны ORIGIN: = 1 деп беріп, индекстерді есептеуді 1-ге өзгертуге болады.

2.2 Векторларды, матрицаларды құру және түзету

Жүйеде векторлар мен матрицаларды берудің әртүрлі мүмкіндіктері қарастырылған:

- Әрбір элементті тізбектеп беру арқылы матрицаны анықтау.
- Индекстелген айнымалылардың көмегімен.

- Басты лентадағы *Матрицалар / Кестелер* (Matrices / Tables) жапсырмасын қолдану.
- Программалау элементтерінің көмегімен беру.
- Кірістірілген функцияларды қолдану.
- Басқа қосымшамен байланыс арқылы, мысалы, Excel.
- Берілгендер кестесін құру.
- Сыртқы файлдан оқу.

Диапазондар

Екі айнымалылар диапазонын құру үшін алдымен i:0..2 деп, ал сосын j:0..3 деп енгізіңіз.

$$i := 0..2 \qquad j := 0..3$$

$$A_{i,j} := i + j$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Айнымалылар диапазоны сандардың тізбектілігін анықтайды. Диапазондардың айнымалысын диапазон операторы немесе қадамды анықтау операторы көмегімен анықтауға болады.

Массивтер мен кестелерді түзету

Массивтер мен кестелерді құруға байланысты оларды өзгертуге болады, қосарланған пернелерді қолданып немесе *Қатарлар мен Бағандар* (Rows and Columns) тобындағы *Матрицалар мен Кестелер* (Matrices/Tables) жапсырмасындағы опцияларды қолданып келесі әрекеттерді жасау қажет:

1. Түзету үшін массивті немесе кестені таңдау.
2. Қатарларды немесе бағандарды кірістіру үшін келесі әдістердің бірін қолдануға болады.

Пернелерді басу	**Кірістіру" опциясын шерту**	**Сипаттама**
Shift+меңзермен "Ендіру", ол қатардың кез келген жерінде орналасады	Төмен қою (Insert Below)	Ағымдағы қатардан төмен жаңа қатар кірістіреді
Shift+ меңзермен "Ендіру", ол қатар элементінің сол жағындағы сол жақ кіріс нүктесінде орналасады	Жоғары қою (Insert Above)	Ағымдағы қатардан жоғары жаңа қатар кірістіреді

Shift+меңзермен "Бос орын" элементтің кез келген жерінде орналасады	Оң жағына қою (Insert Right)	Ағымдағы бағанның оң жағында жаңа баған кірістіреді
Shift+меңзермен "Бос орын", элементтің кіріс сол жақ нүктесінде орналасады	Сол жағына қою (Insert Left)	Ағымдағы бағанның сол жағында жаңа баған кірістіреді

3. Қатарды немесе бағанды өшіру үшін оны ерекшелеп алып, сосын Delete немесе Backspace пернесін басамыз. Әйтпесе Қатарды өшіруді (Delete Row) немесе Бағанды өшіруді (Delete Column) шертіңіз.

4. Массив элементтерін өшіру үшін өшірілуге тиісті массив элементтерін таңдап алып, Ұяшықтарды тазалауды (Clear Cells) шертіңіз.

2.3 Негізгі матрицалық функциялар мен операторлар

Массивтерді құру функциялары [13]:

a. Matrix (m, n, f) функциясы — (i, j) элементтері f(i, j) мәндерін қабылдайтын m x n матрицасын қайтарады.

b. diag(v/M) функциясы диагональ бойынша v элементтері немесе векторы бар және M матрицасының диагональ мәні бар матрицаны қайтарады.

c. identity(n) функциясы — n x n бірлік матрицаны қайтарады (элементтер мәні 1-ге тең диагональдан басқа барлық элементтер үшін мәні 0 болатын матрица)

Аргументтер

- m, n — матрицадағы қатарлар мен бағандардың санын анықтайтын оң бүтін сандар.
- f — скалярлық шаманы, массивті немесе қатарды қайтаратын екі айнымалы функция.
- v — вектор.
- M — төртбұрышты матрица.

Матрицаларды түрлендірудің негізгі функциялары мен операторлары 2.1 кестесінде көрсетілген [14].

Кесте 2.1. Матрицаларды түрлендірудің функциялары мен операторлары

№	Функцияның атауы мен міндеті	Белгілеу	Ендіру
Матрицалық операторлар			
1	M матрицасының	M^{-1}	<M>, <^>, <->, <1>

	айналымы		
2	Анықтауышты есептеу	$\lvert M \rvert$	<| >,<M>
3	Матрицаны транспонирлеу	M^T	<M>, <Ctrl>+ <1>
4	Матрицаны векторлау	$\vec{M}$	<M>, <Ctrl>+ <->
5	М матрицаның немесе вектор-қатардың j-ші бағанын қайтарады.	$M^{<j>}$	Ctrl+Shift+C
6	(m,n)матрицасының элементін ерекшелеу	$M_{m,n}$	<M>, <[>, <m>,<,>, <n>
7	Кешенді байланысқан матрицаны ерекшелеу	$\overline{M}$	<M>, <”>
8	М матрицаның немесе вектор -бағанның, і-ші қатарын қайтарады.	$M\widehat{\smile}^{i}$	Ctrl+Shift+R
Матрицалар сипаттамаларын қайтарушы функциялар			
9	Матрица бағандарының санын қайтару	-	cols(M)
10	Матрица қатарларының санын қайтару	-	rows(M)
11	Матрица рангісін қайтару	-	rank(M)
12	Төрт бұрышты матрицаның диагональ элементтерінің қосындысын қайтару	-	tr(M)
13	Матрица элементтерінің (сандардың) массивтің орташа мәнін қайтарады	-	mean(M)
14	Матрица элементтері (сандары) массивтің медианасын қайтарады	-	median (M)
15	v векторында элементтер санын қайтарады	-	length(v)
16	N бағанының элементтері өсу тәртібінде орналасатын етіп, А матрицасының қатарларын реттеу нәтижесінде алынған функция массивті қайтарады.	-	csort(A, n)
17	N қатарының элементтері өсу тәртібінде	-	rsort(A, n)

	орналасатын етіп, A матрицасының бағандарын реттеу нәтижесінде алынған функция массивті қайтарады.		
Матрицалық функциялар			
18	Солдан оңға қарай A, B, C, ... айнымалыларының орын ауыстыруымен құрылған массивті қайтарады	-	augment(A, B, C, ...)
19	Жоғарыдан төмен қарай A, B, C, ... айнымалыларының орын ауыстыруымен құрылған массивті қайтарады	-	stack(A , B, C, ...)
20	Төрт бұрышты бірлік матрицаны құру	-	identity(n)
21	Нақ сандардың матрицасын қайтару	-	Re(M)
22	Жорамал сандардың матрицасын қайтарады	-	Im(M)
23	A массивінің ir-ден jr-ге дейінгі қатарлардан және ic-ден jc-ге дейінгі бағандардан тұратын массивті қайтарады	-	submatrix(A, ir, jr, ic, jc)

Осы функциялардың көмегімен келесі әрекеттерді орындауға болады:

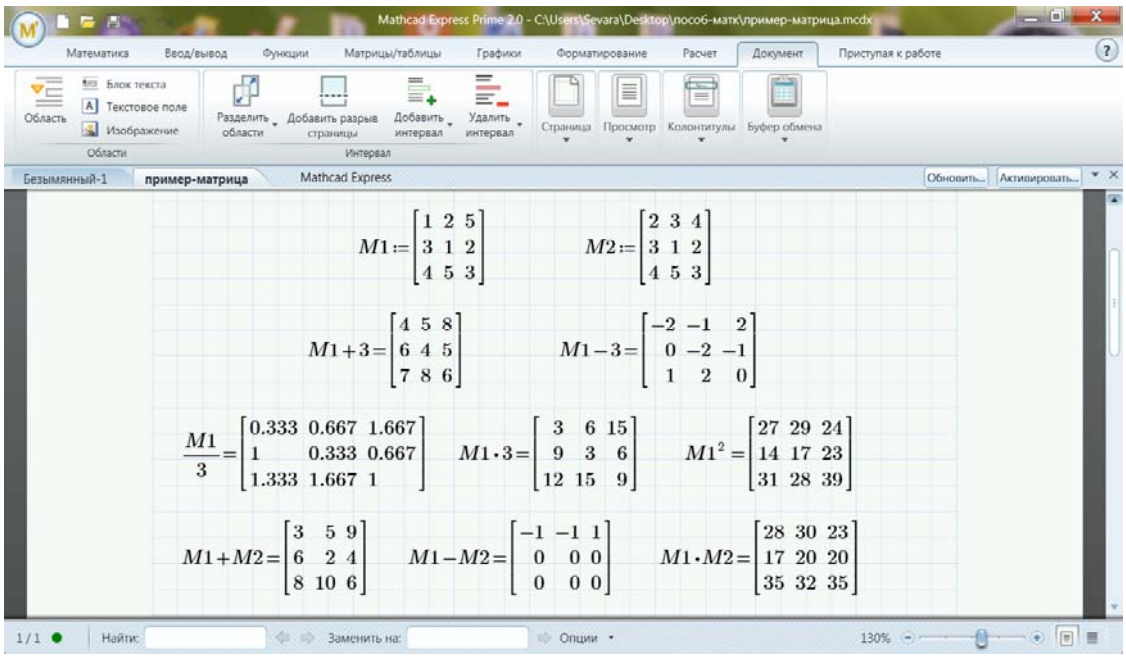
- массивтерді құру және бөлу;
- массив сипаттамаларын табу;
- матрицаларды жіктеу;
- басқа да операцияларды орындау.

2.4 Mathcad Prime 2.0 ортасында матрицалық функциялар мен операторларды қолдану мысалдары

2.4.1 Матрицалармен жұмыс істеу үшін операторларды қолдану

Мысал 2.1.

M1 және M2 екі матрицасы берілген. 2.1 суретте Mathcad ортасында матрицаларға қолданатын негізгі амалдар көрсетілген.



Сурет 2.1 Матрицаларға қолданылатын амалдар

2.4.2 Матрицалық функцияларды қолдану

Мысал 2.2.

Бастапқы деректер:

$$A:=\begin{bmatrix}5 & 2 & 1 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 4 & 8\\ 3 & -1 & 1 & 2\end{bmatrix} \qquad V:=\begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\end{bmatrix} \qquad V1:=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5 & 6\end{bmatrix} \qquad V2:=\begin{bmatrix}5\\3\\8\end{bmatrix}$$

Шешім:

$$A^{T}=\begin{bmatrix}5 & 3 & 1 & 3\\ 2 & -1 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 4 & 1\\ 3 & 2 & 8 & 2\end{bmatrix} \qquad A^{\langle 1\rangle}=\begin{bmatrix}2\\-1\\2\\-1\end{bmatrix} \qquad \widehat{A^{1}}=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$A_{0,0}=5 \qquad A_{0,1}=2$$

$$\operatorname{cols}(A)=4 \qquad \operatorname{rows}(A)=4 \qquad \operatorname{rank}(A)=3 \qquad \operatorname{tr}(A)=10$$

$$\operatorname{mean}(A)=2.25 \qquad \operatorname{median}(A)=2$$

$$\operatorname{augment}(V,A)=\begin{bmatrix}1 & 5 & 2 & 1 & 3\\ 2 & 3 & -1 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 2 & 4 & 8\\ 4 & 3 & -1 & 1 & 2\end{bmatrix} \qquad \operatorname{augment}(A,V)=\begin{bmatrix}5 & 2 & 1 & 3 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 2 & 2\\ 1 & 2 & 4 & 8 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

$$\operatorname{stack}(V1,A)=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5 & 6\\ 5 & 2 & 1 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 4 & 8\\ 3 & -1 & 1 & 2\end{bmatrix} \qquad \operatorname{stack}(A,V1)=\begin{bmatrix}5 & 2 & 1 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 4 & 8\\ 3 & -1 & 1 & 2\\ 2 & 3 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

$$\operatorname{sort}(V2)=\begin{bmatrix}3\\5\\8\end{bmatrix} \qquad \operatorname{length}(V)=4 \qquad \operatorname{identity}(3)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Submatrix( ) функциясы

Берілген функция 5 аргументті қамтиды. Алдымен ішкі матрица алынатын бастапқы матрица көрсетіледі. Келесі екі аргумент – бұл submatrix( ) функциясының бірінші аргументімен көрсетілген, алынатын ішкі матрицаның бастапқы және соңғы қатарлары. Функцияның соңғы екі аргументі – бұл алынатын ішкі матрицаның (бастапқы және соңғы) бағандары.

Мысал 2.3.

Бастапқы деректер:

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 61 & 62 & 63 & 64 & 65 \\ 71 & 72 & 73 & 74 & 75 \\ 81 & 82 & 83 & 84 & 85 \end{bmatrix}$$

Шешім:

$$F := \text{submatrix}(M, 1, 4, 2, 3)$$

$$F = \begin{bmatrix} 13 & 14 \\ 63 & 64 \\ 73 & 74 \\ 83 & 84 \end{bmatrix}$$

Өзіндік жұмыстар үшін тапсырмалар

Тапсырма 2.1

А және **В** матрицасының көбейтіндісін тап:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} k_1 & 2 & -1 \\ -1 & k_2 & 3 \\ -2 & 4 & k_3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

Нұсқа	k_1	k_2	k_3	Нұсқа	k_1	k_2	k_3
1а	-5	7	-3	**1б**	-2	7	3
2а	2	5	-3	**2б**	1	5	3
3а	-2	3	1	**3б**	2	3	4
4а	4	3	-3	**4б**	3	1	2
5а	2	3	-2	**5б**	2	5	3
6а	4	-4	-3	**6б**	1	2	7

7а	-1	-2	3	**7б**	-3	-4	4
8а	2	-4	1	**8б**	3	3	-4
9а	3	-5	2	**9б**	5	4	2
10а	5	2	-3	**10б**	3	-4	2
11а	1	3	-1	**11б**	3	2	5
12а	2	2	-1	**12б**	-1	0	4
13а	3	-4	5	**13б**	0	-1	2
14а	2	-3	1	**14б**	2	1	0
15а	3	4	3	**15б**	-3	2	-1

Тапсырма 2.2

А және **В** матрицасы берілген:

$$A = \begin{bmatrix} i & 8 & 5 \\ 2i+ & 1 & 4 \\ 3 & 5 & i+2 \end{bmatrix} \qquad \text{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & i \\ 7 & i+1 & 1 \\ i+ & 2 & 16 \end{bmatrix}$$, мұндағы i – нұсқа нөмері.

- А және В матрицаларының анықтауышын табу;
- А матрицасының 2-ші бағанын ерекшелеу;
- В матрицасының (2,3) элементін ерекшелеу.

А және В матрицасы үшін функцияларды қолдану және шешімдер жасау:

- rows (B), cols (A);
- rank(A), tr (B);
- mean(A), median (B);
- augment (A,B), stack (B,A).

Тапсырма 2.3

А матрицасы берілген. A^{-1} матрицасын тауып, $AA^{-1} = E$ екенін анықтау керек.

Нұсқа	A матрицасы	Нұсқа	A матрицасы
1а	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	**1б**	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
2а	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	**2б**	$\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 4 & 4 & -3 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$
3а	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	**3б**	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

4а	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	**4б**	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$
5а	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	**5б**	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
6а	$\begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$	**6б**	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
7а	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	**7б**	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$
8а	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	**8б**	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
9а	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	**9б**	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
10а	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	**10б**	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 6 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$
11а	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	**11б**	$\begin{pmatrix} 9 & 4 & -2 \\ -5 & -2 & -5 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$
12а	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$	**12б**	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 10 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
13а	$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	**13б**	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
14а	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	**14б**	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
15а	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$	**15б**	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Бақылау сұрақтары

1. MathCAD-та матрицалық есептеулердің негізгі типтерін атаңыз.
2. Матрицамен жұмыс істеу үшін қандай жапсырмалар мен топтар қолданылады?
3. MathCAD-та массивтердің бастапқы индексі нешеге тең?
4. MathCAD-та индекстерді беру үшін қандай батырма қолданылады?
5. Mathcad Prime 2.0-де векторлар және матрицалармен жұмыс істеу үшін арналған мамандандырылған командаларды атаңыз.
6. Mathcad Prime 2.0-де матрицаларды түрлендіру үшін қолданылатын функцияларды атаңыз.
7. MathCAD-та матрицадан қалай вектор-қатарды алуға болады?

3 Mathcad Prime 2.0 ортасындағы символдық есептеулер

3.1 Символдық есептеулер туралы жалпы түсініктер

Барлық матрицалық және векторлық операторларды сандық және символдық есептеулерде қолдануға болады. Демек, Mathcad Prime 2.0-де сандық есептеулерді орындаудан бөлек, айнымалысы немесе математикалық символдары бар символдық өрнектермен операциялар жүргізуге болады. Mathcad нәтижелерді символдық формада қайтарады.

Символдық есептеулердегі өрнектер сандық есептеу операторының (=) орнына аналитикалық түрлендіру операторын (→) қолданып есептеледі. MathCAD-тың барлық стандартты операторларын және көптеген кірістірілген функцияларын аналитикалық түрде есептеуге болады.

Өрнектерді аналитикалық түрлендіруді қолданудың келесі басымдықтары бар:

- символдық операциялар сандық есептеулерге қарағанда айнымалыларға мәндерді берместен, өрнектерді есептеуге мүмкіндік береді;
- символдық нәтижелер сандық нәтижелердің ішінен үнемі көріне бермейтін айнымалылардың өзара байланысын анықтауы мүмкін;
- сандық есептеулерге тән дөңгелектеудің қателігі символдық есептеулерде болмайды.

MathCAD құжатының фрагменті:

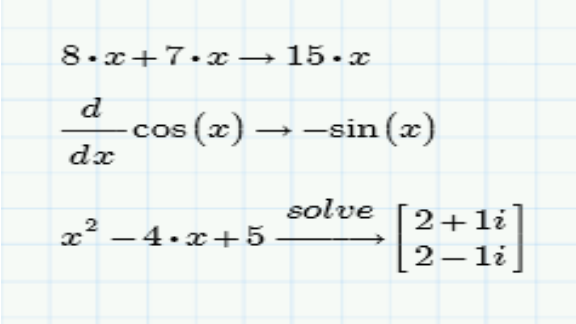
$$\begin{bmatrix} s & k & h \\ x & v & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b & g \\ y & z & t \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a+s & b+k & g+h \\ x+y & v+z & m+t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s & k & h \\ x & v & m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & b & g \\ y & z & t \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} s-a & k-b & h-g \\ x-y & v-z & m-t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s & k & h \\ x & v & m \end{bmatrix} + d \rightarrow \begin{bmatrix} d+s & d+k & d+h \\ d+x & d+v & d+m \end{bmatrix}$$

Мысалдар:

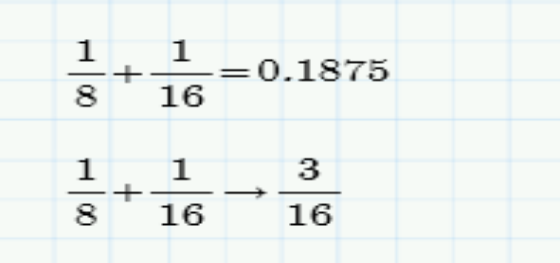
Төменде символдық есептеулердің бірнеше мысалдары келтірілген



Символдық және арифметикалық есептеулерді салыстыру

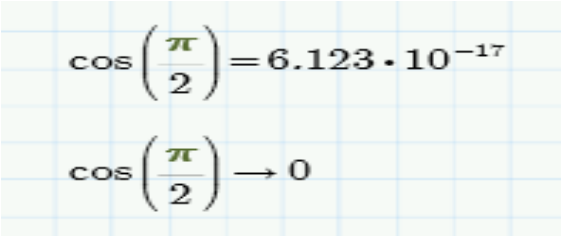
Теңдік белгісін қолданып өрнекті есептегеннен, сол өрнекті аналитикалық есептеу өте дәл болуы мүмкін. Айырмашылығы келесі екі мысалда көрсетілген.

- *Бөлшектерді қосуды жуықтату*



Теңдік белгісі қолданылып есептелген бірінші нәтиже, екі бөлшекті қосу нәтижесінің жуықтатуы болып табылады. Көрсетілетін цифрлардың саны *Көрсету дәлдігі* (Display Precision) параметрінің ағымдағы баптауына тәуелді болады. Аналитикалық түрлендіру операторының көмегімен есептелген екінші нәтиже нақты болып табылады. Егер бұл жағдайда айырмашылық айтарлықтай болмаса, онда басқа есептерді шешкенде символдық нәтижелер, теңдік белгісін қолданып есептеген нәтижелерге қарағанда анағұрлым нақты болуы мүмкін.

- *Кірістірілген тұрақтыларды жуықтату*



Mathcad-та π тұрақтысы оның нақты мәні емес, π-дің жуықтамасы болып табылады. Демек, cos(π/2) сандық есептеуінде осы жуықтау қолданылады және нәтижесі дәл оның косинусы болып табылады. Бұл косинусты есептегендегі шалыс кету емес, бұл нақты санды жуықтағанда не болатынын көрсететін артефакт.

Mathcad символдық есептеуде анықталмаған айнымалылардың атауы секілді өлшем бірліктерді өңдейді. Егер бірліктер сәйкес келмесе қосымша бірдей көлемдегі өлшем бірліктерді қиыстыра алмайды.

$$5\ kg + 10\ kg \rightarrow 15 \cdot kg$$

$$5\ kg + 10\ gr \rightarrow 5 \cdot kg + 10 \cdot gr$$

Символдық операциялар

Ерекшеленген өрнектерге амалдар жүргізу

Егер құжатта ерекшеленген өрнек болса, онда оларға төменде көрсетілген әртүрлі амалдарды орындауға болады:

Есептеулер – мәзір ішінен түрлендіру түрлерін таңдап, өрнекті түрлендіру:

- Символдық – ерекшеленген өрнекке символдық түрлендіруді жүргізу;
- Қалқымалы үтірмен... – ерекшеленген өрнекті нақты сандармен есептеу;
- Кешенді – кешенді түрде есептеулер жүргізу;

Ықшамдау – ұқсас қосылғыштарды қысқарту, ортақ бөлгішке келтіру, негізгі тригонометриялық тепе-теңдікті қолдану және т.б. секілді амалдарды орындау арқылы ерекшеленген өрнекті ықшамдау;

Жаю – өрнекті ашып жазу (мысалы, (X + Y) (X - Y) үшін X^2- Y^2 аламыз);

Фактор – санды немесе өрнекті көбейткіштерге жіктеу (мысалы, $X^2 - Y^2$, (X + Y) (X - Y) береді);

Ұқсастар – жекелеген айнымалы немесе өз аргументі бар функция бола алатын ерекшеленген өрнекке (таңдалған өрнекке салыстырмалы түрде полиноминал, нәтижесі өрнек болатын) ұқсас қосылғыштарды жинау;

Полином коэффициенті – берілген айнымалы қолданылған өрнекті жуықтататын осы айнымалы бойынша полином коэффициентін табу.

Ерекшеленген айнымалылармен амалдар жүргізу

Бір қатар амалдар үшін салыстырмалы түрде олар қандай айнымалылармен орындалатынын білу қажет. Бұл жағдайда айнымалыда енгізу маркерін орнатып, оны ерекшелеу қажет.

Есептеу – егер ерекшеленген айнымалыны қамтитын өрнек нөлге тең болған жағдайда, оның мәндерін табу;

Алмастыру – көрсетілген айнымалыны алмасу буферінің ішіндегісімен алмастыру;

Дифференциалдар – осы айнымалы бойынша ерекшеленген айнымалыны қамтитын өрнекті дифференциалдау (қалған айнымалылар тұрақтылар ретінде қарастырылады);

Интеграция - осы айнымалы бойынша ерекшеленген айнымалыны қамтитын барлық өрнектерді біріктіру;

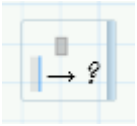
Құраушыларға ажырату... – ерекшеленген айнымалыға қатысты өрнекті Тейлор қатарына ажыратудың бірнеше мүшелерін табу;

Ұсақ Бөлшектерге түрлендіру - ерекшеленген айнымалыға қатысты рационал бөлшек ретінде қарастырылатын өрнекті қарапайым бөлшектерге ажырату.

3.2 Аналитикалық түрлендіру туралы мәліметтер

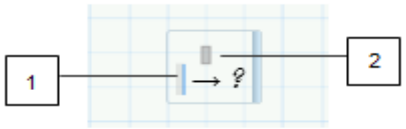
Өрнектерді аналитикалық түрлендіру кезінде құжаттағы анықталған функциялар мен айнымалылар өрнектерді қысқарту үшін мүмкін болған жерде қолданылады. Операторларды, интегралдарды, туындыларды, матрицамен амалдарды, көптеген матрицалық функцияларды, суммаларды және туындыларды қамтитын өрнектерді есептеу үшін аналитикалық түрлендірулерді қолдануға болады. Арифметикалық өрнектерді аналитикалық түрлендіру кезінде кері қайтатын нәтижелер бастапқы өрнектің символдары және айнымалылары арқылы байқалады.

Аналитикалық түрлендірудің операторы



Кіріс өрнектің аналитикалық түрлендіруін кері қайтарады.

Аналитикалық түрлендірудің операторы 2 орын толтырушыны қамтиды:



1. Бағыттауыштың сол жағы – кіріс өрнегі
2. Бағыттауыштың үсті – кілттік сөздер және модификаторлар

Егер арифметикалық өрнек ондық сандарды қамтымаса, онда аналитикалық түрлендіру операторының орындау нәтижесі символдық формада қайтарылады. Мысалы, Mathcad екі қарапайым бөлшектің суммасын келесі түрде кері қайтарады:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{11}\rightarrow\frac{14}{33}$$

Дегенмен, егер өрнек ондық сандарды қамтыса, онда Mathcad нәтижені ондық сан түрінде кері қайтарады:

$$0.25+\frac{1}{11}\rightarrow 0.34090909090909090909$$

Mathcad айнымалылардың дәлдігі нәтижесін кері қайтара отырып, бұл нәтижені қалқымалы үтірі бар аналитикалық түрлендірудің көмегімен есептейді.

Mathcad максималды мүмкін болатын дәрежеден түбір алу жолы арқылы радикалдармен өрнекті есептейді. Егер нәтиже рационал сан болмаса, онда Mathcad радикал белгісі арқылы байқалған нәтижені кері қайтарады.

$$\sqrt{15}+\sqrt{28}\rightarrow 2\cdot\sqrt{7}+\sqrt{15}$$

Символдық бөлшектің алымын немесе бөлімін кері қайтару үшін *numer* және *denom* функцияларын қолдануға болады.

Мысалы.

$$\text{numer}\left(\frac{a+b}{\sqrt{b+5}}\right)\rightarrow a+b$$

$$\text{denom}\left(\frac{a+b}{\sqrt{b+5}}\right)\rightarrow \sqrt{b+5}$$

Кілттік сөздер туралы мәліметтер

Аналитикалық түрлендіру операторының көмегімен өрнектерді есептеу кезінде Mathcad арифметикалық әрекеттерді орындап және бір тектес айнымалыларды біріктіріп нәтижелерді ықшамдайды.

$$5\cdot x+8+2\cdot x-3\rightarrow 7\cdot x+5$$

Өте күрделі символдық амалдарды орындағанда қажет амалды көрсететін кілттік сөздерді қолдануға болады. Кілттік сөздер аналитикалық түрлендіру операторының үстінде көрсетіліп тұрады.

$$x^2-2\cdot x-15\xrightarrow{factor}(x+3)\cdot(x-5)$$

Кілттік сөздер және оларға сәйкес келетін операторлар келесі 3.1 кестесінде келтірілген [15].

Кесте 3.1 Кілттік сөздер және оларға сәйкес келетін операторлар

"Кілттік сөз" (Keyword)	**Сипаттама**	**Нақты модификаторлар**
assume	Айнымалыларды анықтау облысына қатысты жорамалдар жасайды.	ALL, complex, even, fully, integer, odd, real, RealRange, using
cauchy	Интеграл үшін Кошидің негізгі мәнін қайтарады.	None

coeffs	Полином коэффициентін қайтарады.	degree, fully, using
collect	Бірдей дәреже көрсеткіші бар айнымалыларды қамтитын элементтерді жинайды.	fully, using
combine	Элементарлық функциялардың қасиеттерін пайдаланып, өрнектің элементтерін біріктіреді.	atan, exp, fully, ln, log, sincos, sinhcosh, using
confrac	Үздіксіз бөлшекке сандарды немесе функцияларды ажыратуды есептейді.	fraction, fully, matrix, using
expand	Өрнектегі дәрежелер мен көбейтінділерді көбейтеді.	fully, using
explicit	Айнымалыларының мәндері берілген өрнектерді кері қайтарады, бірақ сандық өрнектерді қысқартпайды.	ALL, fully, using
factor	Өрнекті факторизациялайды.	complex, domain, fully, real, using
float	Қалқымалы үтірі бар, дәлдігі көрсетілген, дайындалған есептеулер арқылы қол жетімді сандық мәндері бар нәтижелерді кері қайтарады.	fully, using
fully	Теңдеудің толық шешімін қайтарады	None
parfrac	Рационалдық өрнектерді сызықтық немесе квадраттық бөлгіштері бар бөлшектер суммасына ажыратуды орындайды.	complex, domain, fully, using
rectangular	Нақты және жорамал бөліктерге бөлінген, кешенді сандық мәндері бар нәтижелерді кері қайтарады.	fully, using
rewrite	Қарапайым функциялар арқылы өрнектерді көшіреді.	acos, acot, asin, atan, cos, cosh, cot, coth, exp,

		fully, gamma, ln, log, signum, sin, sincos, sinh, sinhcosh, tan, tanh, using
series	Функцияларды немесе өрнектерді 0 аумағында Тейлор қатарына немесе Лоран қатарына ажыратуды орындайды.	fully, using
simplify	Алгебралық ықшамдайды немесе өрнекті есептейді.	fully, max, using
solve	Теңдеуді аналитикалық шешеді	fully, using
substitute	Бір айнымалының екінші айнымалыға барлық кірулерін өрнек немесе санмен ауыстырады.	fully, raw, using
using	Шешуде құрылған айнымалыны теңдеумен ауыстырады.	None
fourier, laplace, ztrans, invfourier, invlaplace, invztrans	Фунцияны түрлендіруді немесе кері түрлендіруді есептейді.	fully, raw, using

Модификаторлар жайлы мәліметтер

Кілттік сөздердің тәртібін өзгерту үшін қолданылатын арнайы элементтерді модификаторлар деп атаймыз. Мысалы, айнымалы нақты сан болу керектігін көрсету үшін assume кілттік сөзінен кейін real модификаторын қолдануға болады.

Мүмкін болатын модификаторлар және оларға сәйкес келетін нақты кілттік сөздер 3.2 кестеде келтірілген [16].

Кесте 3.2 модификаторлар және оларға сәйкес келетін нақты кілттік сөздер

Модификаторлар	**Сипаттама**	**Нақты кілттік сөздер**
ALL	Кілттік сөзді өрнектегі әрбір айнымалыға қолданады.	assume, explicit
acos	Өрнектерді кері косинус арқылы көшіреді.	rewrite

acot	Өрнектерді кері котангенс арқылы көшіреді.	rewrite
asin	Өрнектерді кері синус арқылы көшіреді.	rewrite
atan	Өрнектерді кері тангенс арқылы көшіреді.	rewrite
Коши таралымы	Интеграл үшін Кошидің негізгі мәнін кері қайтарады.	Интегралдарды аналитикалық түрлендіру.
complex	Айнымалы кешенді сан екенін немесе операция кешенді сандармен орындалатынын көрсетеді.	assume, factor, parfrac
cos	Өрнектерді косинус арқылы көшіреді.	rewrite
cosh	Өрнектерді гиперболалық косинус арқылы көшіреді.	rewrite
cot	Өрнектерді котангенс арқылы көшіреді.	rewrite
coth	Өрнектерді гиперболалық котангенс арқылы көшіреді.	rewrite
degree	coeffs шығыс мәліметтеріндегі градуспен берілген барлық элементтердің мәнін қамтитын екінші бағанды кері қайтарады.	coeffs
domain	Облыстың немесе айнымалының кіріс мәндерінің кешенін көрсетеді.	factor, parfrac
even	Айнымалы екіге бөлінетін бүтін сан екенін көрсетеді.	assume
exp	Экспоненттік функция үшін тепе-теңдікті қолданып, өрнектерді біріктіреді немесе көшіреді.	combine, rewrite
fraction	Үздіксіз бөлшекті бөлшек түрінде кері қайтарады.	confrac
fully	Теңдеудің толық шешімін кері қайтарады.	None
gamma	Факториалдары бар өрнектерді гамма-функциясы арқылы көшіреді.	rewrite
integer	Айнымалы бүтін сан екенін көрсетеді.	assume

ln	Натурал логарифм функциясы үшін тепе-теңдікті қолданып, өрнектерді біріктіреді немесе көшіреді.	combine, rewrite
log	Ондық логарифм функциясы үшін тепе-теңдікті қолданып, өрнектерді біріктіреді немесе көшіреді.	combine, rewrite
matrix	Үздіксіз бөлшекті массив түрінде кері қайтарады.	confrac
max	Үлкен ықшамдау жасау үшін simplify алгоритмінің қосымша қадамдарын орындайды.	simplify
odd	Айнымалы екіге бөлінбейтін бүтін сан екенін көрсетеді.	assume
raw	Нәтижені ықшамдалмаған түрде кері қайтарады.	fourier, invfourier, laplace, invlaplace, ztrans, invztrans, substitute
real	Айнымалы нақты сан екенін немесе операция нақты сандармен орындалатынын көрсетеді.	assume, factor
RealRange	Айнымалы нақты сандардың кейбір диапазонында екенін көрсетеді.	assume
signum	Хевисайда функциясын қамтитын өрнектерді таңбалық функция (санның таңбасын анықтайтын функция) арқылы көшіреді.	rewrite
sin	Өрнектерді синус арқылы көшіреді.	rewrite
sincos	Синус пен косинус үшін тепе-теңдікті қолданып, өрнектерді біріктіреді немесе көшіреді.	combine, rewrite
sinh	Өрнектерді гиперболалық синус арқылы көшіреді.	rewrite
sinhcosh	Синус пен гиперболалық косинус үшін тепе-теңдікті қолданып, өрнектерді біріктіреді немесе көшіреді.	combine, rewrite

tan	Өрнектерді тангенс арқылы көшіреді.	rewrite
tanh	Өрнектерді гиперболалық тангенс арқылы көшіреді.	rewrite
using	Шешуде құрылған айнымалыны теңдеумен алмастырады.	None

Үлкен символдық нәтижелердің көрсетілуі

Кейбір символдық есептеулермен кері қайтарылатын нәтижелер бірнеше беттерді алуы мүмкін, бірақ Mathcad Prime 2.0 егер қажет болса нәтижені нақышын келтіріп, кесіп қысқартып қолданушыға оны толық көруге мүмкіндік береді.

Символдық облыстар тізбегінің, аналитикалық түрлендірулері және жалғасқан сандық есептеулері бар облыстардың, анықтамасы және жалғасқан символдық есептеулері бар облыстардың мазмұны егер, өте көлемді болса, онда дәл сондай кесіп қырқуға ұшырайды.

Символдық есептеу кезінде кілттік сөздер мен модификаторларды кірістіру:

1. Аналитикалық түрде есептеу керек болатын өрнекті таңдаңыз.
2. *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында *Символдық операцияларды* (Symbolics) шертіңіз, ал сосын бағыттауышты шертіңіз (→).
3. Аналитикалық түрлендіру операторының үстіндегі орын толтырушыны шертіп, кілттік сөзді немесе модификаторды ендіріңіз. Сонымен қатар, *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында *Символдық операцияларды* (Symbolics) шертіп, кілттік сөзді немесе модификаторды таңдаңыз. Егер меңзер формулалар облысында болмаса, онда кілттік сөзді немесе модификаторды кірістіруге, ал сосын аналитикалық түрлендіру операторының сол жағындағы орын толтырғышқа есептелуге тиісті өрнекті ендіруге болады.
4. Бір аналитикалық түрлендіру операторының үстіне бірнеше кілттік сөздерді кірістіру үшін келесі әрекеттердің бірін орындаңыз:
   - бірінші кілттік сөзден кейін бірден үтір қойыңыз. Орын толтырғыш пайда болады. Орын толтырғышқа басқа кілттік сөзді ендіріңіз немесе кірістіріңіз;
   - бірінші кілттік сөзді ендіріңіз немесе кірістіріңіз, жаңа қатарды кірістіру үшін Shift+ендіру пернелерін басыңыз, сосын басқа кілттік сөзді қосыңыз.

3.3 MathCAD Prime 2.0. ортасында туындылар мен интегралдарды аналитикалық есептеу

MathCAD көмегімен математикалық талдаудың келесі амалдарын аналитикалық есептеуге болады [17]:

- Шектер
- Туындылар мен интегралдар
- Жай бөлшектер
- Тейлор қатарлары
- Үздіксіз бөлшектер
- Символдық түрлендірулер: Фурье, Лаплас, z- түрлендіру және оның кері түрлендірулері.

Туындылар мен интегралдар есептеуді тереңірек қарастырайық. Функциядан туынды алу үшін туынды операторын пайдалану қажет.

Мысалы, cos(x)- тан туынды алу үшін келесі әрекеттер орындалады:

- Туынды операторын енгізу;
- Нұсқағышты төменгі орынға қойып, x дифференциалдау айнымалысын енгізу;
- Нұсқағышты жоғарғы орынға қойып, ендірілген cos функциясын енгізу;
- Cos-тан кейін пайда болған орынға x-ті енгізу;
- Аналитикалық түрлендіру операторын енгізіп, *Enter* пернесін басу.

$$\frac{d}{dx}\cos(x) \rightarrow -\sin(x)$$

Интегралдарды аналитикалық есептеу үшін қажет:

- Интеграл операторын енгізу;
- Интеграл белгісінің оң жағындағы орынға өрнекті енгізу;
- d символының оң жағындағы орынға x интегралдау айнымалысын енгізу;
- Аналитикалық түрлендіру операторын енгізу.

$$\int \left(2 \cdot x^3 + 3 \cdot x - 4\right) dx \rightarrow \frac{x^4}{2} + \frac{3 \cdot x^2}{2} - 4 \cdot x$$

Дәл сол функциядан -2-ден 1-ге дейін анықталған интеграл алу үшін, интегралдың төменгі жақтағы бос орнына -2, ал жоғарғы жақтағы бос орынға 1 енгізіңіз. Содан кейін келесі нәтижелерді аламыз:

$$\int_{-2}^{1} \left(2 \cdot x^3 + 3 \cdot x - 4\right) dx \rightarrow -24$$

3.4 Символдық амалдардың мысалдары

3.4.1 Simplify командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау

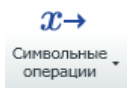
Мысал 3.1.

Simplify командасын пайдалана отырып өрнектерді ықшамдайық:

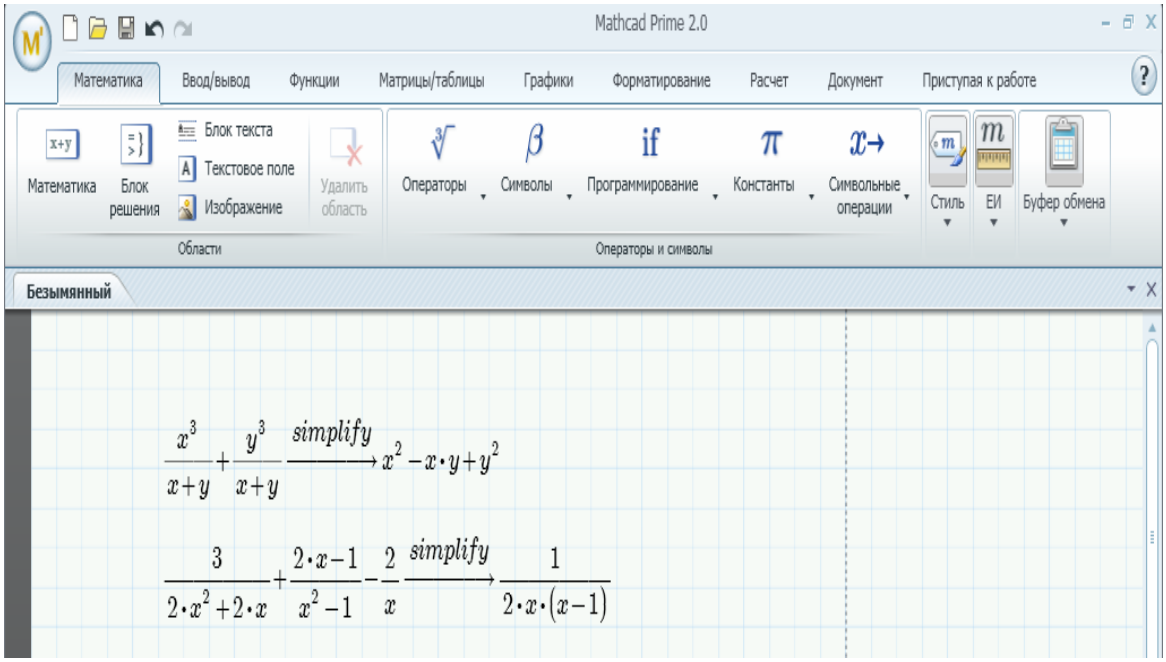
$$\frac{x^3}{x+y}+\frac{y^3}{x+y}\ ,\ \frac{3}{2x^2+2x}+\frac{2x-1}{x^2-1}-\frac{2}{x},$$

Шешуі:

– *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобындағы *Математика* (Math) жапсырмасынан *Символдық амалдар* тізімінен Simplify командасын таңдаймыз.



– Ағымдық мәліметтерді енгіземіз және 3.1- суретте келтірілген нәтижені аламыз.



Сурет 3.1. Simplify (ықшамдау) командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау

3.4.2 Айнымалылар мәнін ауыстыру көмегімен өрнектерді ықшамдау

Мысал 3.2.

x=5 айнымалы мәнін ауыстыру арқылы $\frac{x^2+2x+1}{18x^3}\cdot\frac{9x^4}{x^2-1}$ өрнекті ықшамдаймыз.

Шешуі:

Шешу үшін Simplify командасын пайдаланамыз. Шешу барысы 3.1.-мысалына ұқсас. Айырмашылығы, ең алдымен x:=5 айнымалысының мәні енгізіледі.

MathCAD Prime 2.0. құжатының фрагменті:

$$x := 5$$

$$\frac{x^2+2\cdot x+1}{18\cdot x^3}\cdot\frac{9\cdot x^4}{x^2-1}\ \xrightarrow{simplify}\ \frac{15}{4}$$

Шешу үшін *Substitute* (Айнымалыны ауыстыру) командасын пайдалануға болады.

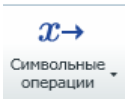
$$\frac{x^2+2\cdot x+1}{18\cdot x^3}\cdot\frac{9\cdot x^4}{x^2-1}\ \xrightarrow{substitute,\,x=5}\ \frac{15}{4}$$

Символдық мәндерді қоя отырып, аламыз:

$$\frac{x^2+2\cdot x+1}{18\cdot x^3}\cdot\frac{9\cdot x^4}{x^2-1}\ \xrightarrow{substitute,\,x=a}\ \frac{a\cdot(a+1)}{2\cdot a-2}$$

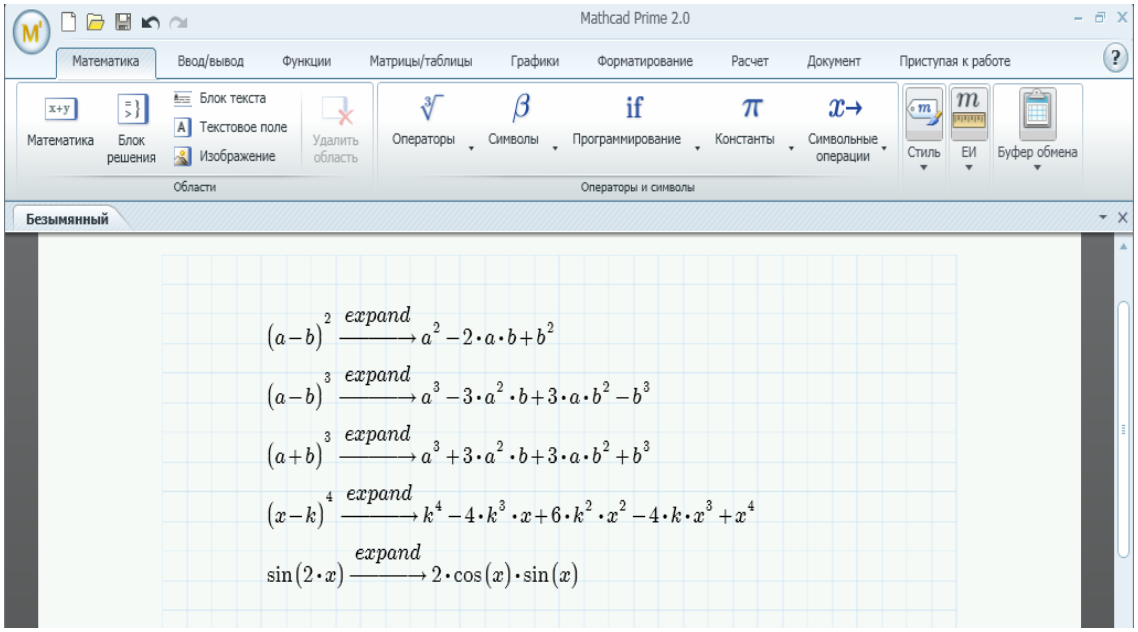
3.4.3 Expand командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау

– *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобындағы *Математика* (Math) жапсырмасынан *Символдық амалдар* тізімін таңдаймыз.

– *Символдық амалдар* 

тізімін Expand (Бөлу) командасын таңдаймыз.

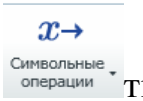
– Ағымдық мәліметтерді енгіземіз және 3.2.-суретте келтірілген шешімді аламыз.



Сурет 3.2. Expand (Жіктеу) командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау

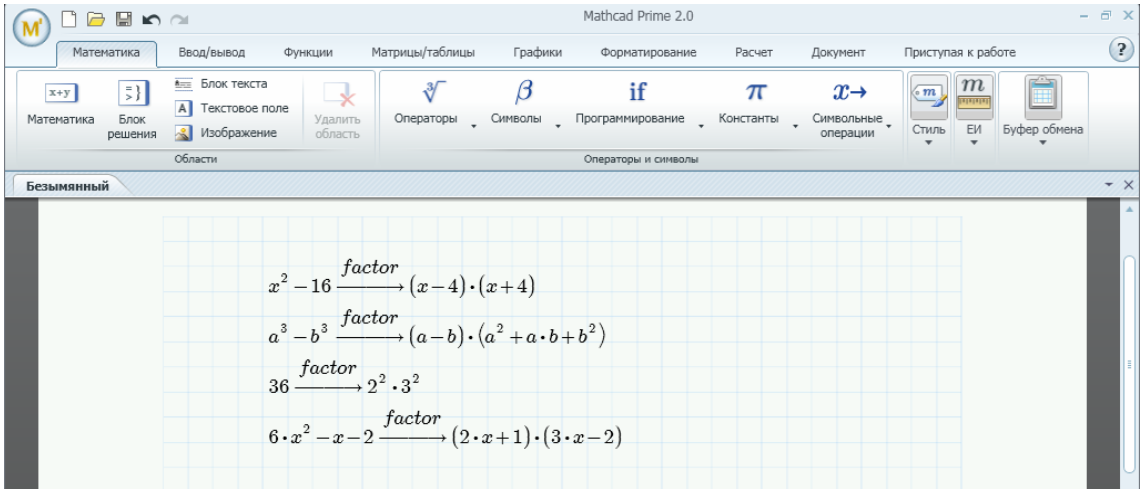
3.4.4 Factor көмегімен көбейткіштерге жіктеу мысалдары

– *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобындағы *Математика* (Math) жапсырмасынан *Символдық амалдар* тізімін таңдаймыз.

– *Символдық амалдар* 

тізімінен Factor (көбейткіштерге жіктеу) командасын таңдаймыз.

– Ағымдық мәліметтерді енгіземіз және 3.3.-суретте келтірілген шешімді аламыз.



Сурет 3.3 Factor (көбейткіштерге жіктеу) командасы көмегімен өрнектерді ықшамдау

Осыған ұқсас қосылғыштарды түрлі айнымалылар бойынша келтіру Collect кілттік сөзінің (ұқсасына келтіру) көмегімен орындалады. Ол үшін: *Математика* (Math) жапсырмасын таңдап, сонан соң *Операторлар мен Символдар* тобын таңдаймыз. Осы топта тізімнен *Символдық амалдар* тізімінен Collect командасын таңдаймыз.

$$(x+5\cdot y)\cdot z-x^2\cdot y\cdot(x+5\cdot z)+x \xrightarrow{collect,x} (-y)\cdot x^3+-5\cdot y\cdot z\cdot x^2+(z+1)\cdot x+5\cdot y\cdot z$$

$$(x+5\cdot y)\cdot z-x^2\cdot y\cdot(x+5\cdot z)+x \xrightarrow{collect,y} (5\cdot z-x^2\cdot(x+5\cdot z))\cdot y+x+x\cdot z$$

$$(x+5\cdot y)\cdot z-x^2\cdot y\cdot(x+5\cdot z)+x \xrightarrow{collect,z} (x-5\cdot y\cdot x^2+5\cdot y)\cdot z+x-x^3\cdot y$$

3.4.5 Туындылар мен интегралдары есептеу мысалдары

Математика жапсырмасынан *Операторлар* тізімін пайдаланып символдық мәндерді анықтаудың бірнеше мысалын қарастырайық.

Мысал 3.3.

f(x)функциясының бірінші туындысын табу қажет:

$$f(x) = 2\sin x - \frac{\cos x}{3} + 5$$

Шешуі:

- f(x)функциясын береміз.
- Математика ішкі бетін пайдаланамыз және f(x) функциясының бірінші туындысын табу үшін Операторлар →Математикалық талдау→ d/dx тізімін береміз.

Шешуі 3.4.- суретте келтірілген.

$$f(x) := 2\cdot\sin(x) - \frac{\cos(x)}{3} + 5$$

$$\frac{d}{dx}f(x) \rightarrow 2\cdot\cos(x) + \frac{\sin(x)}{3}$$

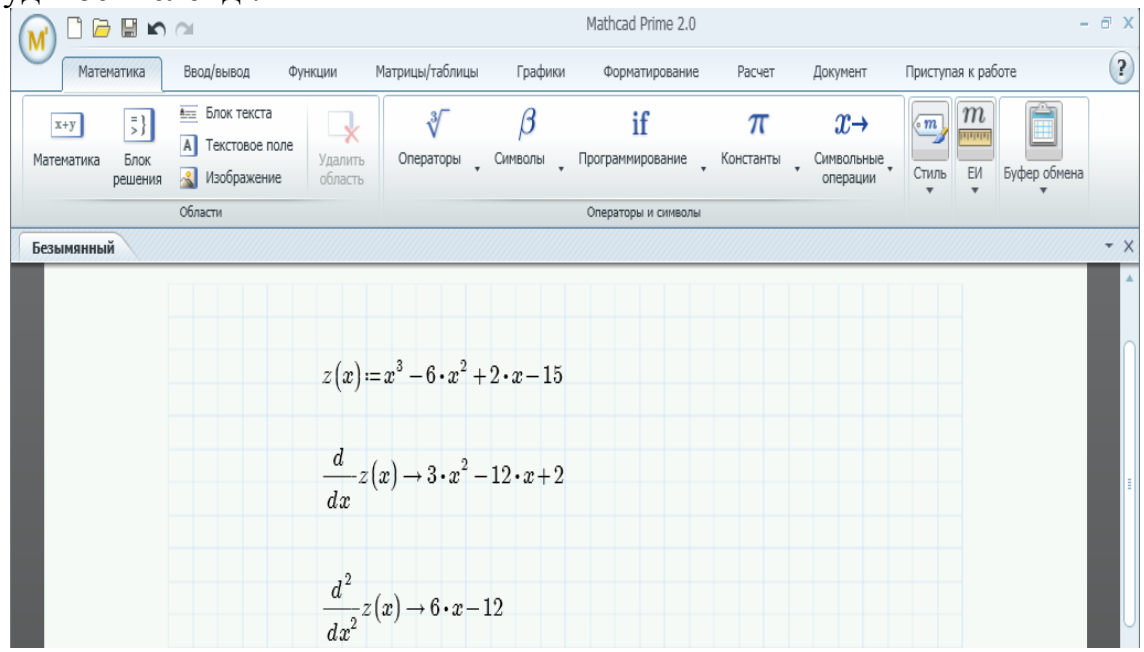
Сурет 3.4. Туынды табу үшін MathCAD құжатының фрагменті.

Мысал 3.4.

z(x) функциясының бірінші және екінші ретті туындыларын табу қажет: $z(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 15$

Шешуі:

3.5- сурет z(x) функциясының бірінші және екінші ретті туындысын табуды бейнелейді.



Сурет 3.5. Mathcad Prime 2.0 ортасында z(x) функциясының бірінші және екінші ретті туындыларын табу

Мысал 3.5.

$\int (x^3 - 6x^2 + 2x - 15)\,dx$ анықталмаған интегралын есептеңіз.

Шешуі: 3.3.-бөлімде қарастырылған іс-әрекеттер тізбегін интегралды аналитикалық есептеу үшін орындаймыз. Келесі нәтижелерді аламыз:

$$\int \left(x^3 - 6\cdot x^2 + 2\cdot x - 15\right) dx \rightarrow \frac{x^4}{4} - 2\cdot x^3 + x^2 - 15\cdot x$$

3.4.6 Матрицаларды символдық есептеулер мысалдары

Мысал 3.6.

Матрицаларға бірнеше символдық есептеулер жүргіземіз:

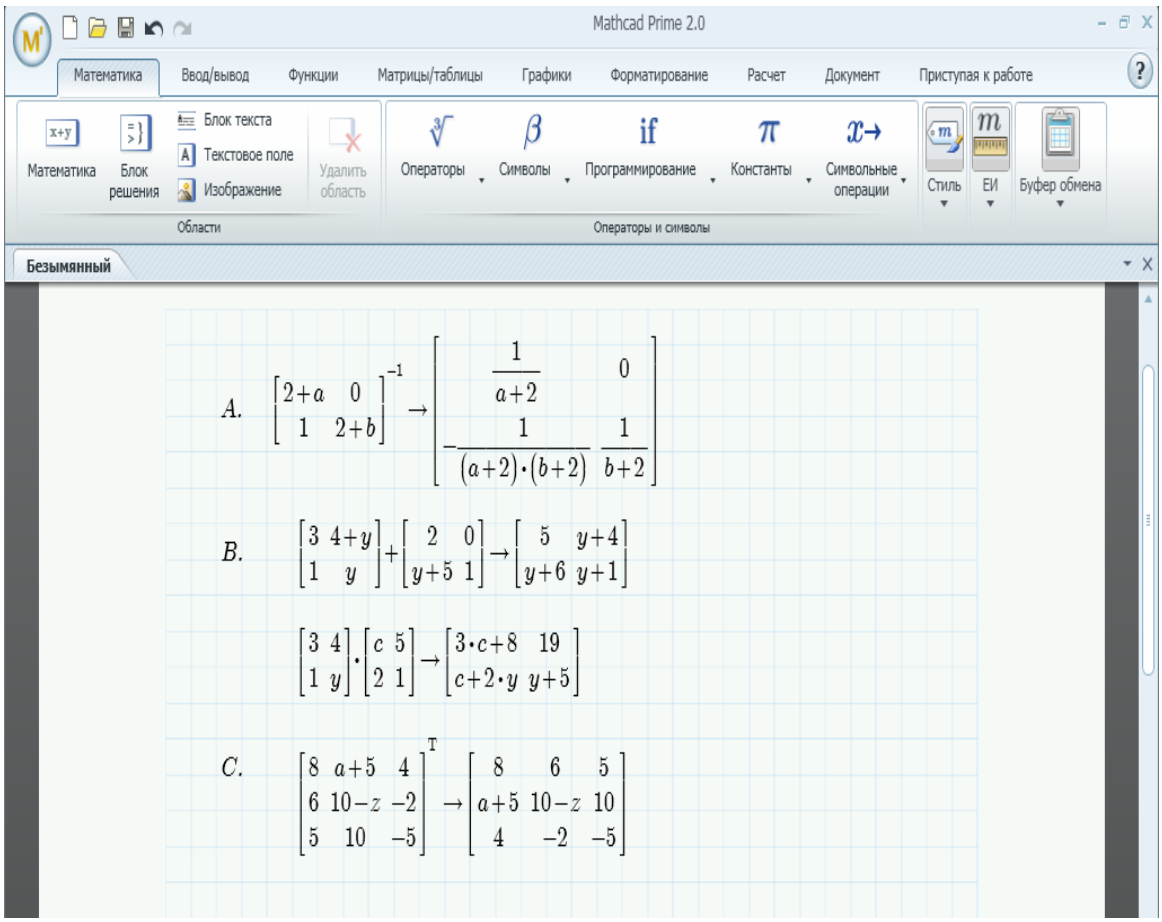
a) $A = \begin{bmatrix} 2+a & 0 \\ 1 & 2+b \end{bmatrix}$ матрица үшін кері матрица табамыз.

b) Матрицаларды қосу, көбейту амалдарын орындаймыз.

c) $K = \begin{bmatrix} 8 & a+5 & 4 \\ 6 & 10-z & -2 \\ 5 & 10 & -5 \end{bmatrix}$ матрицаны транспонирлеуді орындаймыз.

Шешуі:

3.6- суретте қойылған есептер шеңберінде матрицалармен символдық есептеулер жүргізу келтірілген.



Сурет 3.6. MathCAD Prime 2.0. ортасында матрицалармен символдық есептеулер жүргізу

Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 3.1.

g(x) полиномы үшін келесі іс-әрекеттерді орындаңыз:

1) *Математика* жапсырмасын таңдап және *Символдық амалдар* → *factor* тізімдерін пайдалана отырып, көбейткіштерге жіктеңіз.

2) *Символдық амалдар*→ *Substitute* тізімін пайдалана отырып g(x)-қа x=y+z өрнегін қойыңыз.

3) *Символдық амалдар*→*Expand* тізімін қолданып, 2)-ден алынған өрнекті дәрежесі бойынша жіктеңіз.

Нұсқа	$g(x)$	Нұсқа	$g(x)$
1.	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	2.	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
3.	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	4.	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$
5.	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	6.	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$

7.	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	8.	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$
9.	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	10.	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$
11.	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$	12.	$x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 70x + 75$
13.	$x^4 + 3x^3 - 23x^2 - 55x - 150$	14.	$x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 59x + 60$
15.	$x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x + 75$	16.	$15x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 12x - 10$

Тапсырма 3.2.

Математика жапсырмасынан *Символдық амалдар→simplify* тізімін қолданып, өрнектерді ықшамдаңыз:

1) $\frac{6x^2 - x + 1}{x^3 - x}$;	2) $\frac{x^2 - 3xy}{9y^2 - x^2}$	3) $\frac{3x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)(x + 1)}$;
4) $\frac{x + 1}{x(x - 1)^3}$;	5) $3x^2 - 5x + 2 - (x^2 - 4x + 1)$	6) $\frac{5x^2 - 4x + 16}{(x^2 - x + 1)^2 (x - 3)}$.
7) $\frac{9xy - 6x^2}{3x}$	8) $\frac{10x^4 mn^2}{5x^3 mn}$	9) $\frac{6x^2 + xy - y^2}{4x^2 - y^2}$.
10) $\frac{3a^2 - 2ab + b^2}{5a^2 + 2b^2}$.	11) $1 + \frac{3y}{y - 3} + \frac{6}{y - 3}$	12) $\frac{4m^2 - 25n^2}{m^3 + 8} : \frac{2m \mid 5n}{m^2 - 2m + 4}$
13) $\frac{a^4 - 16a^2 + 64 - b^4}{(a + b)^2 - 8 - 2ab}$	14) $\frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1} : \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1}$.	15) $\frac{3x + 6y}{x^2 - y^2} : \frac{5x + 10y}{x^2 - 2xy + y^2}$

Тапсырма 3.3.

Математика жапсырмасын таңдап және *Операторлар→Математикалық талдау→ d/dx* тізімін қолданып f(x) бірінші және екінші ретті туындылардың символдық мәнін анықтаңыз.

Нұсқа	$f(x)$	Нұсқа	$f(x)$	Нұсқа	$f(x)$
1	$\frac{1}{tg\,2x + 1}$	**6**	$x^2 arctg\left(\frac{x}{3}\right)$	**11**	$(2x + 3)sinx$

2	$\frac{cos\,x}{2x+5}$	**7**	$e^{2x}\,sin\,3x$	**12**	$\frac{cos\,3x}{(1-cos\,3x)^2}$
3	$\frac{1}{x\sqrt{x^3+4}}$	**8**	$\frac{ctg\,2x}{sin^2\,2x}$	**13**	$\frac{1}{1+x+x^2}$
4	$\frac{sin\,x}{1+sin\,x}$	**9**	$(x+1)sin\,x$	**14**	$\frac{1+x}{2+x}$
5	$x^2\,lg(x+2)$	**10**	$5x+x\,lg\,x$	**15**	$\sqrt{1+e^{-x}}$

Тапсырма 3.4.

1.*Операторлар→Векторлар мен матрицалар→Тракспонирлеу* (M^T) тізімі көмегіме М матрицасын транспонирлеңіз.

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ x & 2 & c \\ x^2 & 3 & d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x & 1 & a \\ -b & x^2 & -a \\ 1 & b & x^3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & y \\ x & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ x & 2 & c \\ x^2 & 3 & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) & 0 \\ -\sin(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x & -b & 1 \\ 1 & x^2 & b \\ a & -a & x^3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \lambda & 2 & 1-\lambda \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{pmatrix}^{-1}$$

Тапсырма 3.5.

Анықталмаған интегралларды есептеңіз.

Нұсқа	Интеграл	Нұсқа	Интеграл
1 а)	$\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$	**в)**	$\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt[4]{tgx}}$
б)	$\int \sin^4 x\cos^5 x dx$	**г)**	$\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x+4)}dx$

2 а)	$\int \frac{arctg^2 x}{1+x^2}dx$	**в)**	$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt[4]{tgx}}$
б)	$\int \sin^3 x\cos^4 x dx$	**г)**	$\int \frac{(x^3-1)dx}{4x^3-x}$
3 а)	$\int \frac{\arcsin x+1}{1-x^2}dx$	**в)**	$\int \frac{tgxdx}{\sqrt{\cos x}}$
б)	$\int \cos^2 x\sin^4 x dx$	**г)**	$\int \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)}dx$
4 а)	$\int \frac{dx}{(\arcsin^2 x)\sqrt{1-x^2}}$	**в)**	$\int \frac{\cos xdx}{\sqrt{2+\cos 2x}}$
б)	$\int \sin^4 x\cos 3x dx$	**г)**	$\int \ln^2 x dx$
5 а)	$\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$	**в)**	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$
б)	$\int \sin x\cos x dx$	**г)**	$\int \frac{\ln xdx}{x^3}$
6 а)	$\int \frac{e^x dx}{3+e^{2x}}$	**в)**	$\int \sqrt[3]{1+x^3}x^2 dx$
б)	$\int \sin 5x\sin x dx$	**г)**	$\int x^2 e^{-2x}dx$
7 а)	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{2+e^x}}$	**в)**	$\int \frac{x^3}{x^8+5}dx$
б)	$\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$	**г)**	$\int x^3 e^x dx$
8 а)	$\int \frac{dx}{x\ln x}$	**в)**	$\int \frac{x^3 dx}{x^8-2}$
б)	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-3x^2-2x^4}}$	**г)**	$\int \sin(\ln x)dx$
9 а)	$\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$	**в)**	$\int \frac{x^2 dx}{(8x^3+27)^{3/2}}$
б)	$\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}}dx$	**г)**	$\int \cos(\ln x)dx$
10 а)	$\int \sqrt{\frac{\ln x}{x^2}dx}$	**в)**	$\int \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}$
б)	$\int \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-4x+5}}dx$	**г)**	$\int x^2\sin 2x dx$
11 а)	$\int \frac{\ln^2 x+\ln x+1}{x}dx$	**в)**	$\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$
б)	$\int \frac{(3x+1)dx}{\sqrt{5x^2-2x+1}}$	**г)**	$\int x^3\cos 3x dx$
12 а)	$\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1+3^x}}$	**в)**	$\int \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$
б)	$\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2-x+2}}$	**г)**	$\int \frac{arctgx}{x^2}dx$

13 а)	$\int \frac{2^x dx}{1+4^x}$	**в)**	$\int \frac{xdx}{x^2-5}$
б)	$\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$	**г)**	$\int x\ arctg\ x\,dx$
14 а)	$\int \frac{1+tg^3 x}{\cos^2 x}dx$	**в)**	$\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}}dx$
б)	$\int \frac{5x^3+2}{x^3-5x^2+4x}$	**г)**	$\int e^x \cos x dx$
15 а)	$\int \frac{3+ctg^2 x}{\sin^2 x}dx$	**в)**	$\int \sqrt[6]{5-x^4}x^3 dx$
б)	$\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$	**г)**	$\int 3^x \sin x dx$

Бақылау сұрақтары:

1. MathCAD –та символдық амалдарды орындау тәсілдерін атаңыз.
2. Командалық режимде символдық түрлендірулер қолданудан алдын өрнекті қалай өңдеу қажет?
3. Ерекшелеген өрнектерге символдық амалдарды атаңыз.
4. Ерекшелеген айнымалыларға символдық амалдарды атаңыз.
5. Ерекшелеген матрицаларға символдық амалдарды атаңыз.
6. Түрлендірудің символдық амалдарын сипаттаңыз.
7. Қандай жағдайларда символдық түрлендірудің нәтижесі алмасу буферіне орналастырылады?

4. MathCAD ортасында сызықты теңдеулер жүйесін шешу

4.1 Матрицалық тәсілмен сызықты теңдеулер жүйесін шешу

Сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін шешу қажет болсын:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (4.1)$$

Келесі белгілеулерді енгіземіз

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix},\ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

мұндағы А-коэффициенттер матрицасы;
В - еркін мүшелер векторы;
х -белгісіз мүшелер векторы;

(4.1) теңдеулер жүйесін матрицалық белгілеу арқылы келесі түрде жазуға болды:

$$A \cdot X = B. \qquad (4.3)$$

Сызықты алгебрадан білетініміз (4.3) - жүйе матрицаның туындамаған шартында бір ғана шешімге ие, яғни оның детерминанты нольден ерекше болуы тиіс. Сондықтан, қадай есептеу тәсілі қолданылса да сызықты теңдеулер жүйесін шешуді матрицаның анықтауышын (детерминант) есептеуден бастау қажет.

Егер (4.3)- теңдеуге матрицалық түрлендірулер аппаратын қолдансақ х-ті есептеу үшін "матрицалық " формуланы алуға болады:

$$X=A^{-1}B \qquad (4.4)$$

мұндағы (4.4) - (4.3)- жүйенің шешімі.

Мысал 4.1.

Сызықты теңдеулер жүйесін матрицалық тәсілмен шешу қажет [18]:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

Шешуі:

1) ORIGIN айнымалысына 1 деген мән беріңіз.

$$ORIGIN := 1$$

2) Жүйе матрицасын және еркін мүшелердің матрица-бағанын енгізіңіз:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 8 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \qquad B := \begin{bmatrix} -9 \\ -13 \\ -5 \end{bmatrix}$$

3) Жүйе шешімін $x=A^{-1}* b$ формуласы бойынша, алдын-ала жүйе матрицасының анықтауышын есептеп алып, есептеңіз:

$$\Delta := \|A\|$$

$$\Delta = 64$$

$$x := A^{-1} \cdot B$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

4) Жүйе матрицасын шешімнің вектор- бағанына көбейтіп, шешімнің дұрыстығын тексеріңіз.

$$A \cdot x - B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4.2 Крамер формуласы бойынша сызықты теңдеулер жүйесін шешу

Mathcad –та Крамер формулалары сызықты теңдеулер жүйесін шешу үшін де арналған. 4.1 сызықты теңдеулер жүйесін қарастырайық. Белгісіз коэффициенттерден анықтауышты құраймыз.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

Оны жүйе анықтауышы деп атайық**.** Егер $\Delta \neq 0$, онда жүйе үйлесімді. Ары қарай үш көмекші анықтауышты құрастырамыз:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

(4.1) –жүйесінің шешімін келесі формулалар бойынша табамыз:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \tag{4.5}$$

(4.5) – Крамер формулалары деп аталады.

Мысал 4.2.

Крамер формуласы бойынша сызықты теңдеулер жүйесін шешу қажет [18]:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

Шешуі:

1) ORIGIN айнымалысына 1-ді меншіктеңіз. Бұл айнымалының мәні матрицаның алғашқы жолының (бағанының) номерін анықтайды. Үндемеу бойынша MathCAD-та номерлеу 0-ден басталады.

$$ORIGIN := 1$$

2) Жүйе матрицасын енгізіңіз:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 8 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

3) Еркін мүшелерінің бағандарын енгізіңіз:

$$B := \begin{bmatrix} -9 \\ -13 \\ -5 \end{bmatrix}$$

4) Жүйе матрицасының анықтауышын есептеңіз:

$$\Delta := \|A\|$$

$$\Delta = 64$$

5) і-бағанды еркін мүшелердің бағанымен ауыстыру жүйесінен тұрғызылған матрицаның анықтауыштарын есептеңіз:

$$\Delta 1 := \left\| \begin{bmatrix} -9 & 1 & 3 \\ -13 & 3 & 5 \\ -5 & 5 & -1 \end{bmatrix} \right\| \quad \Delta 2 := \left\| \begin{bmatrix} 2 & -9 & 3 \\ 8 & -13 & 5 \\ 2 & -5 & -1 \end{bmatrix} \right\| \quad \Delta 3 := \left\| \begin{bmatrix} 2 & 1 & -9 \\ 8 & 3 & -13 \\ 2 & 5 & -5 \end{bmatrix} \right\|$$

$$\Delta 1 = 64 \qquad \Delta 2 = -128 \qquad \Delta 3 = -192$$

6) Крамер формуласы бойынша жүйенің шешімін табыңыз:

$$x1 := \frac{\Delta 1}{\Delta} \qquad x2 := \frac{\Delta 2}{\Delta} \qquad x3 := \frac{\Delta 3}{\Delta}$$

$$x1 = 1 \qquad x2 = -2 \qquad x3 = -3$$

7) Алынған мәндерді ағымдық жүйеге қойып, шешімдердің дұрыстығын тексеріңіз.

$$2 \cdot 1 - 2 + 3 \cdot (-3) = -9$$
$$8 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-3) = -13$$
$$2 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) - (-3) = -5$$

4.3 Lsolve функциясы көмегімен сызықты теңдеулер жүйесін шешу

Mathcad ортасында теңдеулер жүйесі Lsolve, Find, Minerr функциялары көмегімен шешіледі.

Lsolve функциясы сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін шешуге мүмкідік береді.

Find функциясы итерация әдісімен сызықты және сызықсыз теңдеулерді шешеді.

Minerr функциясы, Find функциясы секілді, алгебралық сызықты және сызықсыз теңдеулерді шешеді. Айырмашылығы, бұл функция итерация дәлдігіне жетпей-ақ шешім беруі мүмкін. Егер Find функциясы шешім бермесе, онда жуық шешім алу мүмкіндігі туындайды. Minerr функциясын

қолдану кезінде теңдеулер жүйесінің шешімінің дұрыстығын міндетті түрде тексеру қажет.

Lsolve және Find функциялары шешімді символдық әдіспен алу мүмкіндігін береді, оның нәтижесі сандық шешім және аналитикалық түрдегі шешім болуы мүмкін.

Бұл бөлімде сызықты теңдеулер жүйесін шешу үшін Lsolve функциясын қолданамыз. Find, Minerr функцияларының мүмкіндіктерін 5-бөлімде қарастырамыз.

Lsolve (M, V) функциясы M·x = v сызықты теңдеулер жүйесі үшін LU- бөлшектеп беруін пайдалану арқылы X шешімін қайтарады.

Аргументтер:

– M- нақты немесе комплекс мәндері бар матрица. Егер матрица квадрат болса, ол сингуляр емес болуы тиіс.

– V- нақты немесе комплекс вектор немесе матрица, M секілді қатарлар саны бар.

Lsolve функциясы тезірек жұмыс жасайды және кейбір жағдайларда дәлдігі жоғары болады.

Мысал 4.3.

Lsolve функциясы көмегімен сызықты теңдеулер жүйесін шешу [18]:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

Шешуі:

1) ORIGIN айнымалысына 1-ге тең мән береміз:

$$ORIGIN := 1$$

2) Жүйе матрицасын және еркін мүшелер матрица-бағанын енгізіңіз:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 8 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \qquad B := \begin{bmatrix} -9 \\ -13 \\ -5 \end{bmatrix}$$

3) MathCAD-тың Lsolve ендірілген функцияны пайдалана отырып, *Матрицалар/ кестелер→ Векторлық /Матрицалық функциялар → Lsolve* командалар тізбегі арқылы жүйе шешімін есептеңіз:

$$x := \text{lsolve}(A, B)$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

4) Алынған мәндерді ағымдық жүйеге қойып, шешімдердің дұрыстығын тексеріңіз:

$$2\cdot 1-2+3\cdot(-3)=-9$$
$$8\cdot 1+3\cdot(-2)+5\cdot(-3)=-13$$
$$2\cdot 1+5\cdot(-2)-(-3)=-5$$

Бұл бөлімде келесі тәсілдерді қолданып сызықты теңдеулер жүйесі шешілген: матрицалық, Крамер формуласы бойынша және Lsolve функциясы көмегімен. Нақты ағымдық мәліметтерде барлық жоғарыда аталған тәсілдер бойынша бірдей шешімдерді аламыз.

Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 4.1.

Сызықты теңдеулер жүйесін шешу:

- Матрицалық тәсілмен;
- Крамер формуласын пайдаланып;
- Lsolve функциясын пайдаланып.

Нұсқа	Сызықты теңдеулер жүйесі	Нұсқа	Сызықты теңдеулер жүйесі
1а	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$	**1б**	$\begin{cases} x + 2y + 5z = 3 \\ 2x + 4y + z = 6 \\ x - y - 3z = -12 \end{cases}$
2а	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 22 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 17 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -7 \end{cases}$	**2б**	$\begin{cases} 2x - 2y - z = 7 \\ 3x - y + z = 11 \\ x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$
3а	$\begin{cases} 9x_1 + 10x_2 - 7x_3 - x_4 = 23 \\ 7x_1 - x_3 - 5x_4 = 37 \\ 5x_1 - 2x_3 + x_4 = 22 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$	**3б**	$\begin{cases} 4x + y + 4z = -3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 2x - y + 2z = 3 \end{cases}$
4а	$\begin{cases} 6x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = 158 \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 + 7x_4 = 128 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 - 12x_2 + 2x_3 - x_4 = 17 \end{cases}$	**4б**	$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 5x + y + 2z = 3 \end{cases}$
5а	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 88 \\ 5x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 88 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 181 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 99 \end{cases}$	**5б**	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ 4x + 9y + 16z = 6 \\ 8x + 27y + 64z = -2 \end{cases}$

6а	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 8x_4 = -7 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -8 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -10 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_4 = 7 \end{cases}$	**6б**	$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$
7а	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 15 \\ -x_2 + 2x_3 + x_4 = 18 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 37 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 30 \end{cases}$	**7б**	$\begin{cases} 2x - y - z = -9 \\ 3x + 4y - 2z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 12 \end{cases}$
8а	$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 165 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = -15 \\ 9x_1 + 4x_3 - x_4 = 194 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -19 \end{cases}$	**8б**	$\begin{cases} 5x + y + 5z = 17 \\ -x + 5y + z = 9 \\ 5x - y + 5z = 13 \end{cases}$
9а	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 30 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$	**9б**	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 7 \\ x + 3y + 2z = 6 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$
10а	$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 5x_3 + x_4 = 124 \\ 7x_2 - 5x_3 - x_4 = -54 \\ 5x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 83 \\ 3x_1 - 9x_2 + x_3 + 6x_4 = 45 \end{cases}$	**10б**	$\begin{cases} 2x + y + z = -4 \\ 2x + 2y - z = 3 \\ 4x + 4y + z = -3 \end{cases}$
11а	$\begin{cases} 7x_1 + 7x_2 - 7x_3 - 2x_4 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 8x_4 = 60 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 27 \\ 2x_1 - 2x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$	**11б**	$\begin{cases} 4x + y + 2z = 6 \\ x + 3y - z = 12 \\ 2x + 5y + z = 3 \end{cases}$
12а	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_3 - 2x_4 = -16 \\ 2x_1 - x_2 + 13x_3 + 4x_4 = 213 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 72 \\ x_1 - 12x_3 - 5x_4 = -159 \end{cases}$	**12б**	$\begin{cases} 10x + y + 10z = 10 \\ -x + 10y + z = -3 \\ 10x - y + 10z = 10 \end{cases}$
13а	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 66 \\ 2x_2 - 6x_3 + x_4 = -63 \\ 8x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 146 \\ 2x_1 - 7x_2 + 6x_3 - x_4 = 80 \end{cases}$	**13б**	$\begin{cases} x - y - 3z = -11 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 2x + y - 2z = -7 \end{cases}$

14а	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 26 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 34 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 26 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$	**14б**	$\begin{cases} 4x + 3y - 2z = 12 \\ x - 2y + z = 9 \\ 2x - 3y - 4z = -6 \end{cases}$
15а	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = -7 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -2 \end{cases}$	**15б**	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 6 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$

Бақылау сұрақтары:

1. Сызықты теңдеулер жүйесін қандай тәсілдермен шешуге болады?
2. Бастапқы жақындау тәсілдерін атаңыз.
3. Mathcad-та бір теңдеуді шешу үшін қандай функциялар қолданылады? Олардың айырмашылығы қандай?
4. Mathcad-та теңдеулер жүйесін шешетін функцияларды және оларды қолдану ерекшеліктерін атаңыз.
5. Теңдеулер шешімінің блок құрылымын сипаттаңыз.
6. Шешім блогында қандай теңдік белгісі қолданылады? Құжатқа енгізу үшін қандай пернелер комбинациясы қолданылады?
7. Теңдеудің шешім блогы ішінде қандай өрнектер жазылмайды?
8. Mathcad теңдеулер жүйесінің қандай жағдайларында шешімін таба алмауы мүмкін.
9. Қандай теңдеулер матрицалық деп аталады?
10. Матрицалық теңдеулер қалай шешіледі? Матрицалық теңдеулерді шешу тәсілдерін атаңыз.

5. Mathcad Prime 2.0. ортасында функцияларын қолдану

5.1 Mathcad Prime 2.0. функциялары туралы жалпы мәліметтер

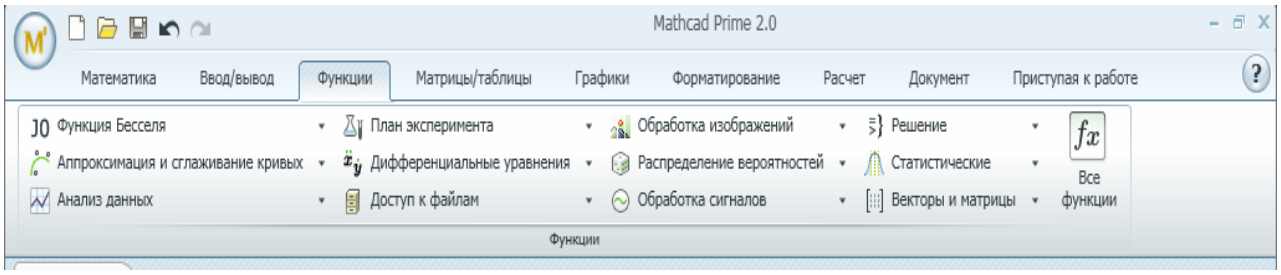
Функция- аргументтері арқылы қандай да бір есептеулер жүргізілетін және сандық мәні анықталатын өрнек.

Mathcad-та функциялар құрамдас және пайдалынушы анықтаған болуы мүмкін.

Mathcad-та 700-ден астам функциялар бар. Құрамдас функциялар функция атымен белгіленеді, дөңгелек жақшаларға алынған бір немесе бірнеше операндтары болады. Функциялардың операндтары аргументтер деп аталады және әрбір аргумент өрнекпен анықталады. Функция нәтижесі функция әрекетін аргументтерге қолданудан есептеледі. Құрамдас функциялар келесі категорияларға топтастырылған:

Бессель функциялары, Фурье түрлендіруі, Кездейсоқ сандар, Комплекс сандар, Графиктер тұрғызу, Сигналдарды өңдеу, Шартты тармақтау, Гиперболалық, Мәліметтер талдауы, Интерполяция және болжау, Статистика, Дифференциал теңдеу шешу, Қаржылық, Тригонометриялық, Логарифмдер мен экспоненттер, Векторлар мен матрицалар және басқалар.

Оларды енгізу үшін *Функциялар* жапсырмасы қолданылады (сурет 5.1.) Котегориялардың бірін таңдап, сәйкес функцияны көрсету қажет.



Сурет 5.1 MathCAD Prime 2.0 ортасында *Функциялар* жапсырмасы

Функцияны келесі тәсілдердің бірімен енгізуге болады:

1. Пернетақтадан енгізу. Ол үшін функция аты мен аргументтерін енгізу қажет.
2. *Функциялар* (Functions) жапсырмасынан *Функциялар* (Functions) тобын қолданып, сәйкес функция тобы батырмасын басып, тізімнен қажетті нұсқаны таңдау.
3. F2 функциялық пернесін пайдалану. Пернені басқаннан кейін *Функциялар*(Functions) сұхбат терезесі ашылады, ондағы бар категориялар көрінеді.
4. *Функциялар* (Functions) жапсырмасынан *Функциялар* (Functions) тобынан *Барлық функциялар* (All Functions)- 

тобын таңдау. Қажетті функцияны табу үшін келесі іс-әрекетті орындалады:

– *Функцияларды іздеу* (Search Functions) өрісіне сөзді теру. Тізімде сәйкес келетін функциялар бейнеленеді;

– Алфавиттік ретпен функциялар тізімін бейнелеу үшін  белгісі қолданылады;

– Категориялар бойынша топталған функциялар тізімін көріп шығу үшін  белгісі қолданылады;

– Функцияны құжатқа енгізу үшін атына шерту қажет.

Аргументтер типтері

Mathcad құрамдас функцияларының сипаттамасында интерактивті анықтамада және жылжымалы түсініктеме мәтіндерде аргументтер тізімі функциялар атынан кейін көрсетіледі. Аргументтер тізімде үтірлермен ажыратылады. Аргументтердің бірнеше типтері бар:

▪ *Міндетті* - құрамдас функциялар жұмысы үшін аргументтердің басым бөлігі қажет.

▪ *Міндетті емес*- мұндай аргументтер тік жақшаларға алынады, [….].

▪ *Таңдалатын* - бір немесе бірнеше аргументтерді, қисық сызық белгісімен бөлінгенде, таңдауға болады , .../... .

▪ *Қатарлар* - математикалық өрнектерге енгізілетін барлық қатарлар секілді, бұл аргументтер екілік тырнақшаларға алынуы тиіс "…".

Логарифмдер мен экспоненттер - log(z, [b]) функцияларын қарастырайық. Функция z логарифмінің b негізді мәнін қайтарады. Мұндағы,

– z – міндетті аргумент болып табылады;

– b – міндетті емес аргумент;

Егер b параметрі көрсетілмесе 10-дық негіздегі логарифмді қайтарады. Mathcad-тың кейбір функциялары аналитикалық түрлендіру операторы көмегімен сандық және аналитикалық есептеледі.

5.2 Find, Minerr, root және polyroots функциялары

Find, Minerr, root және polyroots функциялары шешу және оптимизациялауға арналған функцияларға жатады. Шешушілер мен шешім блоктарын келсі мәселелерді орындау үшін қолдануға болады: теңдеудің түбірін іздеу; теңдеулер жүйесін шешу; дифференциал теңдеулерді шешу.

Root функциясы

Root (f(var1, var2, ...), var1, [a, b]) функциясы — *var1* параметрінің мәнін қайтарады, мұнда f функциясы нольге тең. Егер *a* және *b* параметрлері көрсетілсе, Root функциясы *var1* параметрін [a, b] аралығында табады. Кері жағдайда Root функциясы шақырудан алдын *var1* параметрінің жуық мәні анықталуы тиіс. Жуық мәнді қолдану кезінде Root функциясында қималар әдісі немесе Мюллер әдісі пайдаланады. Түбірдің бастапқы жуықтауы ретінде интервал қолданылған жағдайда Риддер әдісі немесе Брент әдісі пайдаланылады.

Аргументтер:

– f- кез келген айнымалы санды скаляр функция;

– var1- түбірі ізделіп жатқан айнымалыға қатысты f параметрі көмегімен анықталатын скаляр айнымалы;

– a, b (міндетті емес)- нақты сандар, $a<b$, мұнда *f(a)* және *f(b)* қарама-қарсы белгіге ие. Root функциясы $a \le x \le b$ интервалында түбірді іздейді.

Root функциясы бір белгісізі бар бір теңдеуді ғана шеше алады. Бірнеше теңдеулері бар теңдеулер жүйесін шешу үшін *Find* немесе *Minerr* функцияларын пайдаланыңыз.

Root функциясын лентадан енгізгенде автоматты түрде *Кілттік сөз* (Keyword) белгісі меншіктеледі.

Polyroots функциясы

Көпмүшелік түбірлерін табу Mathcad-та *Polyroots* функциясы көмегімен жүзеге асырылады, мына түрде жазылады:

polyroots (v)

Мұндағы, *v* параметрі – алғашқы элементі тұрақты болатын көпмүшелік коэффициенттерінен тұратын вектор. Функция барлық нақты және комплекс түбірлерді табады. Polyroots (v) функциясы - v параметрі арқылы коэффициенттері берілетін, көпмүшеліктің үш түбірінен тұратын векторды қайтарады. Үндемеу бойынша Polyroots функциясы Лагерр әдісін пайдаланады, ал ол әдісте комплекстік жазықтықта итерация жолымен шешім ізделеді.

Find, Minerr функциялары сызықты немесе сызықсыз теңдеулер жүйесін шешеді. Minerr функциясы Find функциясы қате қайтарған кезде жуық шешімді есептейді.

Find функциясы теңдеулер жүйесін итерация тәсілімен шешу үшін арналған. Дербес жағдай ретінде функция бір теңдеуден тұратын жүйені шеше алады, яғни оның түбірлерін анықтайды.

Find (var1, var2, ...) функциясы *var1,var2,....* шешімдер блогында теңдеулер мен теңсіздіктерді қанағаттандыратын мәндерді қайтарады. Егер n айнымалы табу талап етілсе, шешімдер блогы n теңдеуден тұруы тиіс. Матрицалық айнымалыларды шешу кезінде матрицалық сипаттау рұқсат етіледі. *var1,var2,....* аргументтері скаляр немесе айнымалы- массивтер болып табылады, олар теңдеулер жүйесінде бар болады. Шешімдер блогының денесінде немесе оның алдында барлық айнымалылар үшін бастапқы жақындауларын беру қажет. Егер комплекстік шешім алу күтілсе, онда бастапқы жақындаудың комплекс шешімдерін пайдалану қажет.

Find функциясы есептің сызықты немесе сызықты емес екендігіне қарай, өзге де параметрлері негізінде барлық әдістердің ішінен ең дұрысын таңдайды.

Бұл жағдайда теңдеуді шешу блогы келесі процедураларды қосады:

– оқшаулану облысынан түбірдің бастапқы жуықтауын беру;

– Given сөзін енгізу, ол сөз анықталуы қажет түбірлері бар теңдеу екенін көрсетеді;

– теңдеу енгізу. Теңдеуге теңдік белгісін енгізу кезінде (теңдіктің “қалың болуы” деп аталатын белгісі) <Ctrl>+<=> пернелерін басу қажет;

– Find (x) функциясын енгізу, мұндағы x-ізделіп жатқан белгісіз;

– жауап алу үшін <=> пернелерін басу.

Find функциясы шешімдерді символдық әдісті алуға мүмкіндік береді, оның нәтижесі сандық шешім немесе аналитикалық түрдегі шешім болуы мүмкін.

Minerr функциясы, Find функциясы секілді сызықты және сызықсыз алгебралық теңдеулерді шешеді. Ерекшелігі, бұл функция итерацияның талап етілетін дәлдігіне жетпей-ақ шешімді беруі мүмкін. Бұл Find функциясы шешім бермеген жағдайда жуық шешім алуға мүмкіндік береді. Minerr

функциясын пайдалану кезінде міндетті түрде теңдеулер жүйесінің шешімінің дұрыстығын тексеру қажет.

Minerr (var1,var2,....) функциясы шешімдер блогында берілген теңдеулер мен теңсіздіктерді қанағаттандыратын var1,var2,.... айнымалылардың мәндерін қайтарады.

Find және Minerr функцияларын лентадан енгізілген кезде автоматты түрде *Кілттік сөз* (keyword) белгісі қойылады. Find және Minerr функцияларында шешім үшін Левенберг-Маркар әдісі қолданылады.

Шешімдер блогы туралы мәліметтер

Шешімдер блогы -мәтін блогынан өзге кез келген облыстардан тұруы мүмкін контейнер. Шешімдер блогы сызықты, сызықсыз немесе дифференциал теңдеулер жүйесін шешу үшін, сонымен қатар оптимизациялау есептері үшін қолданылады. Шешімдер блогы итерация әдісімен іздеуді бастапқы жуықтаулардың берілген мәндерінен бастап шешімді іздейді. Шешімдер блогына функциядан басқа бастапқы жуықтауларды, бастапқы және шекті шарттарды беру қажет. Егер шешім комплекстік болады деп күтілсе, жуықтаудың бастапқы комплекс мәндерін беру қажет. Егер есеп n айнымалы үшін шешілсе, шешімдер блогы n теңдеуден тұруы тиіс. Матрицалық айнымалылар бар теңдеулерді шешкенде матрицалық бейнелеу рұқсат етіледі.

Шешімдер блогының артықшылығы:

– Есептерді табиғи математикалық оқылуында қоюға болады. Шешілетін теңдеулер айқын түрде бейнеленген, векторлар мен матрицалардың анықтамаларында немесе шешуші анықтамаларына жасырынбаған.

– Шешімдер кеңістігінің анықталған облысында қажетті шешімді іздеу үшін шектеулер беруге болады.

– Шешімдер блогының функциялары қойылған есепті шешу үшін сәйкес келетін алгоритм таңдайды.

– Итерация процессі көмегімен, шешімдер блогында пайдаланатын, сызықсыз теңдеулер жүйесінің шешімдерін табуға болады. Матрицалық есептеулерді пайдалана отырып, мұндай жүйелерді шешу қиын, мүмкін болмауы да мүмкін.

– Шешімдер блогының ішінде жеке облыстарды ауыстыруға болады, сол секілді құжат ішінде бүкіл облысты ауыстыруға болады.

5.3 Оптимизациялау функциялары

Minimize(f, var1, var2, ...) және maximize(f, var1, var2, ...) функциялары шешімдер блогында берілген шектеулерді орындау кезінде f мақсатты функциясының барлық аргументтерінің мәндерін қайтарады, f функциясы сәйкесінше өзінің минимал және максимал мәндеріне ие болады [19,20].

Var1,var2 аргументтері - f мақсатты функциясының әрбір мәндері үшін бастапқы жуықтаулар; f - мақсатты функция минимизацияланатын немесе максимизацияланатын мақсатты функция. Бастапқы жуықтаулардың аргументтерінің қатарласу реті мақсатты функциялардың аргументтерінің ретімен сәйкес келуі тиіс. Егер шешімдер блогы бірнеше бастапқы жуықтаулардан тұрса, осы мәндердің барлығын аргументтер ретінде maximize немесе minimize функцияларына беру қажет. Шешімдер блогының функциясында f функциясын аргументсіз көрсету қажет.

Бір айнымалы функция үшін шешімі скаляр болады. Бірнеше айнымалы функциялар үшін шешімі вектор болады, мұнда бірінші элемент үшін шешімі var1, екіншісі үшін var2, т.с.с. Функция аргументтерінің барлық мәндері қателіктерді біруақытта азайту үшін таңдалып алынады.

Функциялардың ерекшеліктері[21,22]*:*

- Лентадан minimize және maximize функцияларын енгізгенде оларға автоматты түрде Кілттік сөз (Keyword) белгісі меншіктеледі.
- Minimize және maximize функцияларында шешімді табу үшін біріккен градиенттер алгоритмі пайдаланылады.
- Minimize және maximize функциялары қайтаратын параметрлердің реті f функцияларының ретімен сәйкес келеді.
- Оптимизациялау есебіне шектеулерді қосқан кезде теңдік түріндегі шектеулер саны оптимизациялау айнымалылар санынан кем болмауы тиіс. Әйтпесе шектеулер айнымалы мәндерін тұрақтандырады да оптимизациялайтын ештеңе қалмайды. Өзге жағынан, теңсіздіктер түрінде кез келген шектеулерді пайдалануға болады.

5.4 Аппроксимациялау және қисықтарды тегістеуші функциялары

Mathcad құрамдас функциялары көмегімен мәліметтерді алуға және талдауға болады, сонымен қатар басқаруға да болады. Келесі функционалдық облыстар мүмкін болады:

- Матрицалар мен мәліметтерге қызметтік операциялар қолдану;
- Статистика;
- Мәліметтерді алдын-ала өңдеу;
- Интерполяция;
- Регрессия.

Корреляция - қатаң функционалдық сипаттамасы болмайтын кездейсоқ шамалар арасындағы статистикалық тәуелділік, мұнда кездейсоқ шамалардың бірінің өзгеруі өзгесінің математикалық күтімінің өзгеруіне алып келеді.

Статистикалық тәуелділіктердің келесі нұсқалары бар:

1. *Жұпты корреляция* – екі белгілер арасындағы байланыс (нәтижелік және факторлық немесе екі факторлық).

2. *Дербес корреляция* – өзге факторлық белгілердің тұрақты мәндерінде нәтижелік және бір факторлы белгілері арасындағы тәуелділік.

3. *Жиындық корреляция* – зерттеуге енгізілген нәтижелік және екі немесе одан да көп факторлық белгілер тәуелділігі.

Корреляциялық талдау мәселесі ретінде екі бөлігі арасында байланыс тығыздығын сандық анықтау, нәтижелік және жиындық факторлық белгілер арасындағы байланысты анықтау қарастырылады.

Корреляциялық коэффициент шамасы регрессия теңдеуінің анықталған себеп-салдары байланысының сәйкестік бағасы да болып табылады.

Корреляция мен регрессия бір-бірімен тығыз байланысты: алғашқысы статистикалық байланыс күшін (тығыздығын) бағалайды, екіншісі оның формасын зерттейді. Екеуі де байланыстың бар не жоғын анықтау үшін құбылыстар арасында қарым-қатынас орнатуға қолданылады.

Корреляциялық – регрессиялық талдау жалпы ұғым ретінде тығыздықты, байланыс бағытын және байланыстық аналитикалық өрнектелуін (формасын) орнатуды (регрессиялық талдау) өлшеуді өзіне қосып қарастырады.

Байланыс теңдеуі

Белгілер арасындағы статистикалық байланыс белгілер мәндерін бақылау кезінде алынған мәндерден ең аз ауытқу беретін математикалық функциямен өрнектеледі. Мұндай функцияның теңдеуі нәтижелік және факториалдық белгілер арасындағы байланыс теңдеуі болып табылады. Байланыс теңдеуін регрессия теңдеуі деп те атайды.

Регрессиялық талдау байланыстық аналитикалық өрнегін анықтаудан тұрады. Мұнда бір шаманың өзгеруі (тәуелді немесе нәтижелік белгі деп аталатын) бір немесе бірнеше тәуелсіз шамалардың (факторлардың) әсеріне байланысты болады, ал сол секілді көптеген факторлардың жиыны тұрақты не орташа мәндер ретінде қабылданады. Регрессия бірфакторлы (жұптық) және көпфакторлы (жиындық) болуы мүмкін.

Тәуелділік формасы бойынша бөлінеді:

а) сызықты регрессия, түзу (сызықты) функция теңдеуімен өрнектеледі: $y=a+bx$

б) сызықсыз регрессия, дәрежелік, көрсеткіштік, экспоненциалды функциялар теңдеуімен, сол секілді парабола түріндегі теңдеулермен өрнектеледі:

Парабола $y=a+bx+cx^2$

Гипербола $y=a+b/x$ және т.б.

Байланыс бағыты бойынша бөлінеді:

а) тура регрессия (оң), тәуелсіз айнымалының мәні көбейгенде немесе азайғанда тәуелді айнымалының да мәні көбейеді не азаяды деген шарттан туындайды.

б) кері регрессия (теріс), тәуелсіз айнымалының мәні көбейгенде немесе азайғанда тәуелді айнымалының мәні де сәйкесінше азаяды немесе көбейеді деген шарттан пайда болады.

Қисықтарды аппроксимациялауға арналған функциялар

Қисықты аппроксимация жасау кезінде бірлік функцияны мәліметтердің барлық нүктелер бойымен кіші квадраттар әдісін қолдана отырып жақындау жүргізіледі. Бұл әдістің интерполяциядан айырмашылығы интерполяция кезінде кесекті функциялар мәліметтердің жақын нүктелері бойынша жақындастырылады.

Таңдалған регрессияның қолдану дұрыстығын анықтау немесе мәліметтерді ары қарай талдау жүргізу үшін мәліметтер талдауына арналған өзге статистикалық функцияларды қолдану қажеттегі туындайды [23].

Сызықты және медиан-медианалық регрессия:

- **line, slope, intercept, stderr**– мәліметтер үшін кіші квадраттар әдісі бойынша сызықты регрессия және сызықты регрессиямен байланысты орта квадраттық қателік.
- **medfit** – мәліметтер үшін медиан-медианалық регрессия.
- *Полиноминалды регрессия және рационал функция регрессиясы*:
- **loess** – локальденген полиноминалды регрессия.
- **rationalfit, rationalfitnp** – кіші квадраттар әдісі бойынша рационал функция регрессиясы.
- **polyfit, polyfitc, polyfitstat**– көпөлшемді полиноминалды регрессия.
- *Сызықсыз регрессия*
- **genfit** – жақындатудың еркін функциялары үшін кіші квадраттар әдісі бойынша сызықсыз регрессия.
- **expfit** – кіші квадраттар әдісі бойынша экспоненциялды регрессия .
- **lnfit, logfit** – кіші квадраттар әдісі бойынша логарифмдік регрессия.
- **lgsfit** – кіші квадраттар әдісі бойынша логистикалық қисығының регрессиясы.
- **pwrfit** – кіші квадраттар әдісі бойынша қуат қисығының регрессиясы.
- **sinfit**– кіші квадраттар әдісі бойынша синусоидалық регрессия.
- *Line, slope, intercept, stderr функцияларын қарастырайық*:
- **line(vx,vy)** – a+b*x түріндегі түзу сызық үшін a,b коэффициенттерінен тұратын векторды қайтарады, кіші квадраттар қатынасында vx,vy векторлары үшін ең жақсы тәсілмен мәліметтерді аппроксимациялайды.
- **slope (vx,vy)** – vx және vy-те мәліметтермен ең дұрыс келісетін, түзудің иілуін қайтарады.
- **intercept (vx,vy)** – vx және vy-те мәліметтермен ең дұрыс келісетін, түзу осьте кесілетін кесіндіні қайтарады.
- **stderr (vx,vy)** – vx және vy нүктелері үшін сызықты регрессиямен байланысты орта квадраттық қателікті қайтарады.
- Функциялар келесі аргументтерден тұрады:
- vx – x мәндерін ұсынатын нақты сандар векторы;
- vy – y мәндерін ұсынатын нақты сандар векторы. Vy векторының ұзындығы vx ұзындығымен сәйкес келуі тиіс.

Интерполяциялау және болжау үшін функциялар [24]

Интерполяциялау – бұл мәліметтердегі аралық мәндерді сәйкес келеьін функцияларды көршілес мәліметтер нүктелері арқылы бөліктеп жақындату жолымен іздеу процессі. Бұл әдістің регрессиядан айырмашылығы, мұнда бір функция мәліметтер нүктелерінің барлығы арқылы жақындатылады.

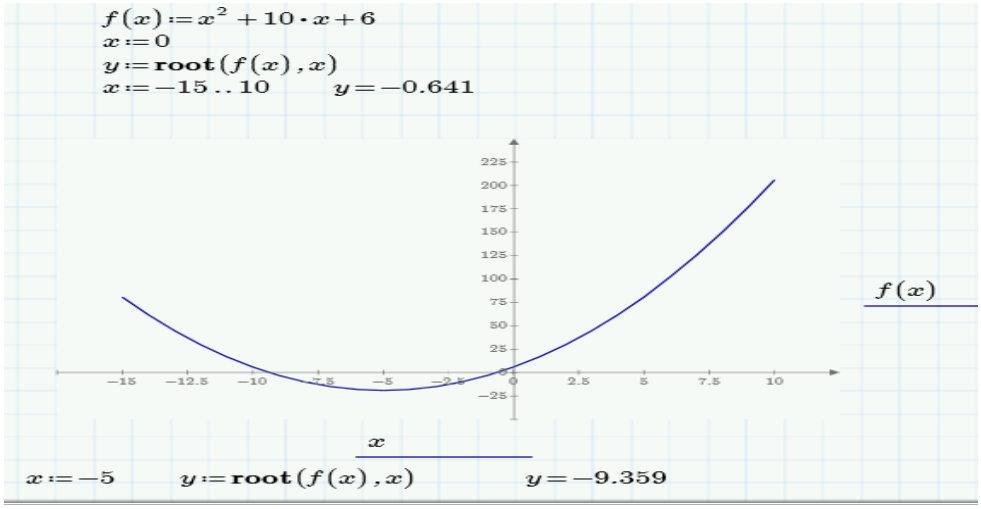
Интерполяциялау функциялары мәліметтердің барлық нүктелері арқылы өту тиіс, олар жалған мәліметтерге өте сезімтал. Егер мәліметтер шуылдардан тұратын болса, онда регрессия функциясын пайдалану нұсқасын қарастыру қажет:

- **interp** – cspline, lspline, pspline, bspline немесе loess функцияларының шығу мәліметтерін берілген нүктеде интерполяциялау.
- **Bspline, Spline2, Binterp, DWS** – пайдаланушы берген түйіндерде B – сплайнмен интерполяциялау.
- **cspline, pspline, lspline, Bicubic2D** –шекті нүктелерінде кубтық, параболалық және сызықты шарттарда бір және екіөлшемді кубтық сплайнмен интерполяциялау.
- **linterp** – сызықты интерполяция.
- **predict** – сызықты болжам.
- **polyint, polycoeff, polyinter** – полиноминалды интерполяция.
- **rationalint** – рационал функциялы интерполяция.
- **Thielecoff, Thiele** – Тиле үздіксіз бөлшекті интерполяция.

5.5 Mathcad Prime 2.0. ортасында функцияларды пайдалану мысалдары

5.5.1 Find, Minerr, root және polyroots функцияларын пайдалану мысалдары

Мысал 5.1.



Мысал 5.2.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 0.5 \end{cases}$$

Mathcad-та шешімі:

Берілген мысалды шешу үшін шешімдер блогын анықтау қажет. Ол үшін:

1) шешім блогын енгізетін орынға шерту.

2) Ctrl+I басу. Шешімдер облысы блогы пайда болады. Немесе *Математика* (Math) жапсырмасынан *Облыстар* (Regions) тобынан *Шешімдер блогы* (Solve Block) шерту қажет.

3) Сызықты теңдеулер жүйесі үшін шешімдер блогының ішіне шертіп, барлық белгісіздер үшін бастапқы жуық мәндерін беру қажет. Мұнда x және y беріледі:

$$x := 1 \qquad y := 1$$

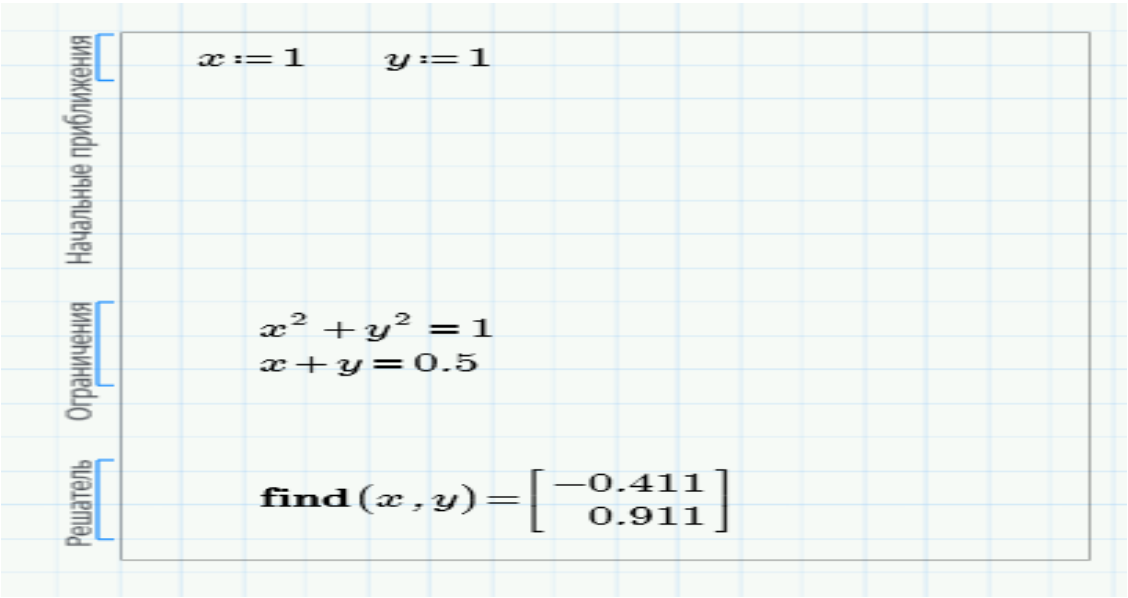
4) Логикалық операторларды пайдалана отырып барлық белгісіздер үшін шектеулер беріңіз “ тең “ операторын қолданыңыз:

$$x^2 + y^2 = 1$$
$$x + y = 0.5$$

5) Шешімдер блогының функциясын шақырыңыз:

$$\mathbf{find}(x, y) =$$

5.2.- суретте 5.2 мысалдын шешу барысында орнатылатын іс-әрекеттер тізбегін көруге болады.



Сурет 5.2. Теңдеулер жүйесін шешу үшін Mathcad Prime 2.0. ортасында шешімдер блогын пайдалану

Мысал 5.3.

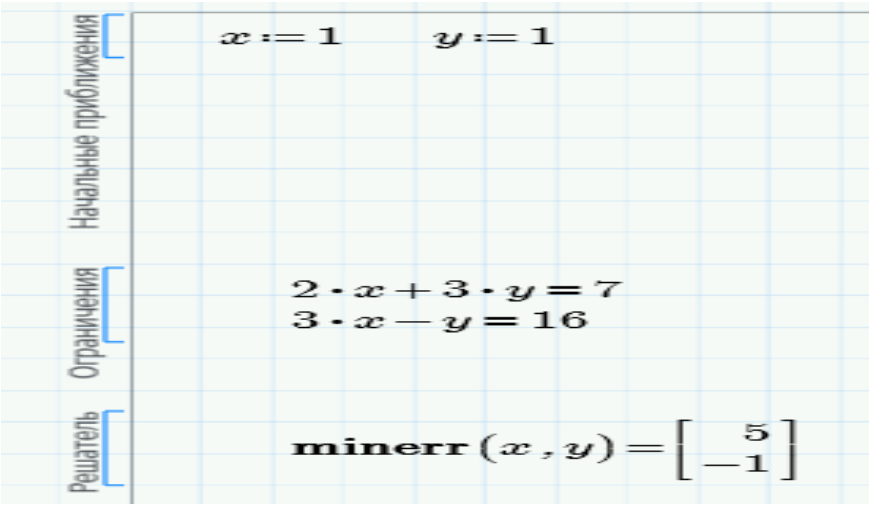
$$\begin{cases} 2x+3y= & 7 \\ 3x-y= & 16 \end{cases}$$

Mathcad-та шешімі:

Осы мысалды шешу үшін 5.2- мысалындағы секілді шешімдер блогын анықтаймыз және сол секілді іс-әрекеттер тізбегін орындаймыз.

Айырмашылығы тек *find* функциясының орнына *minerr* функциясын пайдаланамыз.

5.3- мысалды шешу үшін орындалатын іс-әрекеттер тізбегі 5.3.-суретте келтірілген.



Сурет 5.3. Minerr функциясын қолдана отырып 5.3. мысалын шешу

Мысал 5.4.

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 = 0$$

Mathcad-та шешімі:

Көпмүшелік түберлерін табу үшін *polyroots* функциясы пайдаланылады.

Ол үшін:

1. Көпмүшелік функциясын теріс экспонеттерсіз анықтаймыз. Көпмүшелердің теріс немесе бүтін емес дәрежелік көрсеткіштері болмуы тиіс.

$$x^4 + 5 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 = 0$$

2. V көпмүшелігінің векторларының коэффициенттерін анықтаймыз:

$$V := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

V бағанасы x-тің өсу реті бойынша коэффициенттер тізімінен тұрады. Сол секілді V векторы ноль коэффициентін құрамына қосып алады, өйткені көпмүшелік x-тен, бос мүшеден тұрмайды.

3. V векторына *polyroots* функциясын қолданамыз:

$$\text{polyroots}(V)=\begin{bmatrix}-3\\-2\\0\\0\end{bmatrix}$$

Жауабы: $x_1=x_2=0$, $x_3=-2$, $x_4=-3$.

5.5.2 Сызықтық программалау есептерін шешу үшін minimize және maximize функцияларын қолдану мысалдары

Мысал 5.5.

Шикізатты қолдану есебі [25].

$$\begin{cases} 2x_1+5x_2\le 20,\\ 8x_1+5x_2\le 40,\\ 5x_1+6x_2\le 30, \end{cases} \quad x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$$

шарттарын қанағаттандыратын $Z=50x_1+40x_2\to\max$ функциясын анықтау керек.

Шешуі:

Мысалды шығару үшін maximize – оңтайландыру функциясын қолданамыз. Келесі әрекеттерді орындаймыз:

1. Қарастырылып отырған математикалық модельдің мақсат функциясын береміз

$$f(x1,x2):=50\cdot x1+40\cdot x2$$

2. Mathcad Prime 2.0 ортасында maximize функциясы шешу блоктарында жұмыс істейді, сондықтан шешу блогын анықтаймыз. Ол үшін *Облыстар* (Regions) тобындағы *Математика* (Math) жапсырмасынан *Шешу блогын* (Solve Block) таңдаймыз. Шешу блогы облысының ішінде шертеміз, ал сосын барлық белгісіздерге бастапқы жуықтауларды береміз. Мұнда *x1* және *x2* береміз:

$$x1:=1 \qquad x2:=1$$

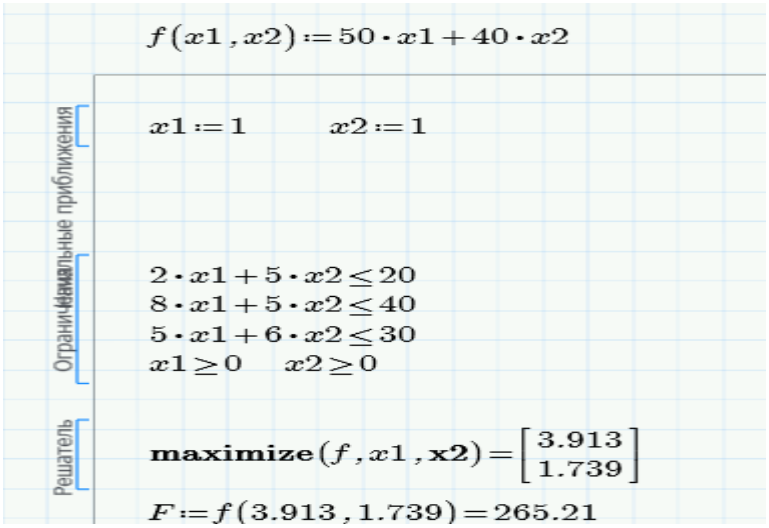
3. Шектеулер блогында барлық белгісіздер үшін бастапқы жуықтауларды береміз. Бұл үшін $\le,\ge$ логикалық операторларын қолданамыз:

$$2\cdot x1+5\cdot x2\le 20$$
$$8\cdot x1+5\cdot x2\le 40$$
$$5\cdot x1+6\cdot x2\le 30$$
$$x1\ge 0 \quad x2\ge 0$$

$$\mathbf{maximize}(f,x1,\mathbf{x2})=\begin{bmatrix}3.913\\1.739\end{bmatrix}$$

4. *Шешуші* блогында *maximize* функциясын қолданамыз сонымен қатар, *x1* және *x2* табылған сызықтық функцияның мәнін анықтаймыз: $F:=f(3.913,1.739)=265.21$

5.5 мысалын шешу процесіндегі Mathcad Prime 2.0 ортасында орындалатын әрекеттердің ретін 5.4 сурет көрсетеді.



Сурет 5.4. *maximize* функциясын қолданып шикізатты қолдану есебін шешу

Мысал 5.6.

Азық құрамын құру есебі [25].

$$\begin{cases} 3x_1+x_2\ge 9,\\ x_1+2x_2\ge 8, \quad x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.\\ x_1+6x_2\ge 12, \end{cases}$$

шарттарын қанағаттандыратын $Z=4x_1+6x_2\to\min$ функциясын анықтау керек.

Шешуі:

Мысалды шешу үшін minimize – оңтайландыру функциясын қолданамыз. Келесі әрекеттерді орындаймыз:

1. Қарастырылған математикалық модельдің мақсат функциясын береміз $f(x1,x2):=4\cdot x1+6\cdot x2$

2. *Облыстар* (Regions) тобындағы *Математика* (Math) жапсырмасынан *Шешу блогын* (Solve Block) таңдап, шешу блогы облысының ішінде барлық белгісіздерге бастапқы жуықтауларды береміз.

$$x1 := 1 \qquad x2 := 1$$

3. Шектеулер блогында барлық белгісіздерге шектеулер береміз.

$$3 \cdot x1 + x2 \geq 9$$
$$x1 + 2 \cdot x2 \geq 8$$
$$x1 + 6 \cdot x2 \geq 12$$
$$x1 \geq 0 \qquad x2 \geq 0$$

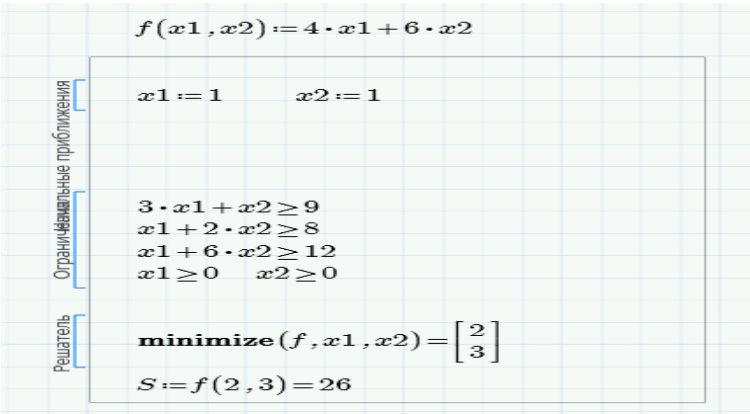
4. Шешуші блогында minimize функциясын қолданып, *x1* және *x2* мәнін анықтаймыз.

$$\mathbf{minimize}(f, x1, x2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Сонымен қатар, табылған *x1* және *x2* жағдайында мақсат функциясының мәнін анықтаймыз:

$$S := f(2, 3) = 26$$

Азық құрамын құру есебін шешу процесіндегі Mathcad Prime 2.0 ортасында орындалатын әрекеттердің жалпы ретін 5.5 сурет көрсетеді.



Сурет 5.5. *minimize* функциясын қолданып, азық құрамын құру есебін шешу

5.5.3 Аппроксимация және қисық сызықтарды тегістеуші функцияларын қолдану мысалдары

Мысал 5.7.

Mathcad ортасында сызықтық байланыстардың баптауларын орнату. Екі өлшемдер x және y бір экспериментте өлшенеді. Эксперименттік мәліметтер келесі кестеде берілген [18]:

x	0	1	2	4	6	15	5	8	12	25	22	23	22	27
y	0	10	14	20	9	30	14	40	25	56	40	46	56	70

y(x) тәуелдігін зерттеу керек:

1) регрессияның a0 және a1 коэффициенттерін есептеп, f(x)=a0+a1*x регрессия теңдеуін жазу;

2) регрессия сызығын және эксперименттік мәліметтердің графиктерін тұрғызу.

Шешуі:

Тәсіл 1.

1. ORIGIN арнайы айнымалы арқылы 1 мәнін иемденеді. ORIGIN мәні матрицадағы қатардың немесе бағанның бірініші элемент нөмірі болып табылады:

$$ORIGIN := 1$$

2. x және y шамаларының өлшем нәтижелерін ендіреміз:

$$x := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 15 \\ 5 \\ 8 \\ 12 \\ 25 \\ 22 \\ 23 \\ 22 \\ 27 \end{bmatrix} \quad y := \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 14 \\ 20 \\ 9 \\ 30 \\ 14 \\ 40 \\ 25 \\ 56 \\ 40 \\ 46 \\ 56 \\ 70 \end{bmatrix}$$

3. a0 және a1-ді формула бойынша ең кіші квадрат әдісі арқылы табамыз:

$$n = 14$$

$$a0 := \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i\right)^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a0 = 6.305$$

$$a1 := \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a1 = 1.987$$

Тәсіл 2. Сондай-ақ, a0 және a1 параметрлерін есептеу үшін Mathcad-та сәйкесінше *intersept(x,y)* және *slope(x,y)* функциялары арналған.

1. ORIGIN арнайы айнымалы арқылы 1 мәнін иемденеді:

$$ORIGIN := 1$$

2. x және y мәндерін ендіреміз;

3. intersept(x,y) және slope(x,y) функцияларын қолданып, келесіні аламыз:

$a0 := \text{intercept}(x, y)$ $a1 := \text{slope}(x, y)$

$a0 = 6.305$ $a1 = 1.987$

4. a0 және a1 орнына сәйкес мәндерін қойып, f(x)=a0+a1*x регрессия теңдеуін жазамыз:

$$f(x) := 6.305 + 1.987 \cdot x$$

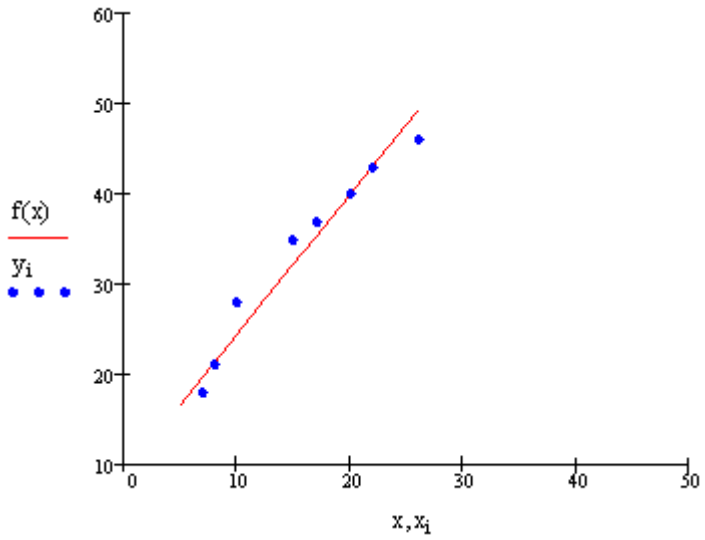
5. корреляция коэффициентін (R), детерминация коэффициентін (D), стандартты қатені есептейміз:

$\mathrm{R} := \text{corr}(x, y)$
$\mathrm{R} = 0.925$

$D := \text{corr}(x, y)^2$
$D = 0.856$

$\text{stderr}(x, y) = 8.334$

6. регрессия сызығын және эксперименттік мәліметтердің графиктерін тұрғызамыз.



Мысал 5.8.

Жиынтық регрессияның сызықтық теңдеуін келесі бастапқы мәндермен тұрғызу [26]:

Y	20	15	10	7	2	1
$X1$	30	25	18	10	3	2
$X2$	17	14	12	9	6	5

Жиынтық регрессияның коэффициенттерін $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$ формуласын ендіру көмегі арқылы орнатуға болады. Регрессия түрі $y := a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2$

Шешуі:

Берілгендерді ендіреміз

$$data := \begin{bmatrix} 20 & 30 & 17 \\ 15 & 25 & 14 \\ 10 & 18 & 12 \\ 7 & 10 & 9 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$N := \mathrm{rows}(data)$$

$$N = 6$$

$$n := \mathrm{cols}(data)$$

$$n = 3$$

$$Y := data^{\langle 0 \rangle}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 20 \\ 15 \\ 10 \\ 7 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X := \mathrm{submatrix}(data, 0, N-1, 1, n-1)$$

$$X = \begin{bmatrix} 30 & 17 \\ 25 & 14 \\ 18 & 12 \\ 10 & 9 \\ 3 & 6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \qquad E := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q := \mathrm{augment}(E, X)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 30 & 17 \\ 1 & 25 & 14 \\ 1 & 18 & 12 \\ 1 & 10 & 9 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$a := (Q^{\mathrm{T}} \cdot Q)^{-1} \cdot Q^{\mathrm{T}} \cdot Y$$

$$a = \begin{bmatrix} -5.381 \\ 0.178 \\ 1.137 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \end{bmatrix}$$

Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 5.1. Find, Minerr және solve функцияларын қолданып, келесі жүйені шешу:

Теңдеулер жүйесі	Теңдеулер жүйесі
1. $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$	2. $\begin{cases} (2x-5)^2+(3y-2)^2=1 \\ (2x-5)(3y-2)=4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x^2-y^2=15 \\ x^2+3xy-8y^2=20 \end{cases}$	4. $\begin{cases} x^2-4y^2-xy+5y=1 \\ x^2+3y^2-xy-4y=- \end{cases}$
5. $\begin{cases} x^2-y^2+3y=0 \\ x^2+3xy+2y^2+2x+4y=0 \end{cases}$	6. $\begin{cases} x^2+y+\frac{1}{4}=0 \\ x+y^2+\frac{1}{4}=0 \end{cases}$
7. $\begin{cases} x+xy-y=13 \\ x^2y-xy^2=30 \end{cases}$	8. $\begin{cases} 4x^2+2xy+6x-27=0 \\ x^2-5xy+6y^2=0 \end{cases}$
9. $\begin{cases} x+y=xy \\ x+y=x^2-y^2 \end{cases}$	10. $\begin{cases} x^2+3xy+y^2=61 \\ xy=12 \end{cases}$
11. $\begin{cases} x^3+y^3=1 \\ x^2y+xy^2=1 \end{cases}$	12. $\begin{cases} x^2-4y^2=9 \\ xy+2y^2=18 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 3x^2+5xy-4y^2=38 \\ 5x^2-9xy-3y^2=15 \end{cases}$	14. $\begin{cases} 6x^2-xy-12y^2=0 \\ x^2+2y^2=\frac{17}{16} \end{cases}$
15. $\begin{cases} x^2+xy+y^2=1 \\ x^4+x^2y^2+y^4=1 \end{cases}$	16. $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x^2+y^2+xy=13 \end{cases}$
17. $\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ x+xy+y=9 \end{cases}$	18. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x+y=5 \end{cases}$
19. $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=32 \\ 12(x+y)=7xy \end{cases}$	20. $\begin{cases} x^2+4y^2+x+3y=1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

Тапсырма 5.2. Root және solve функцияларын қолданып, келесі теңдеулерді шешу:

1. $x^3 - x + 1 = 0$
2. $x^4 + 0{,}5x - 1{,}55 = 0$
3. $x^2 - 4x - 1 = 0$
4. x^3-$2x$-$5 = 0$
5. $2x$-$\ln x$-$4 = 0$
6. $2^x = 4x$
7. $\lg x = \frac{1}{x}$
8. x^3-$5x + 0{,}1 = 0$
9. $4x = \cos x$
10. x^5-$xx2 = 0$
11. $x^3 - 3x + 1 = 0$
12. $x^3 - 2x^2 + 3x - 5 = 0$
13. $x^4 + x^2 - 2x - 2 = 0$
14. $x \cdot \ln x - 14 = 0$
15. $x^3 - 3x - 0{,}5 = 0$
16. $4x - y\sin x = 0$
17. $x^x + 2x - 6 = 0$
18. $e^x + e^{3x} - 4 = 0$
19. $x^2 + 3x = 0$
20. $e^{x/2} + 0{,}1x = 0.$

Тапсырма 5.3. Polyroots функциясын қолданып, келесі теңдеулерді шешу:

1. $p(x) = x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 8x + 8$
2. $p(x) = x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 24x - 24$
3. $p(x) = 2x^4 - 4x^3 - x + 1$
4. $p(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^3 + 5x + 9$

5. $p(x)=2x^4-x^3+9x^2+13x-5$

6. $p(x)=3x^4+5x^3-x^2-5x-2$

7. $p(x)=x^4-9x^3+30x^2-44x+24$

8. $p(x)=x^4+2x^3-16x^2-2x+15$

9. $p(x)=2x^4-3x^3-x^2+5x-4$

10. $p(x)=3x^4-x^3+4x^2-5x-5$

11. $p(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$

12. $p(x)=6x^4-5x^3-53x^2+45x-9$

13. $p(x)=30x^4-31x^3-180x^2+7x+6$

14. $p(x)=x^4-2x^3+2x\ -1$

15. $p(x)=x^4+2x^3-x^2+2x+1$

16. $p(x)=x^4+2x^3+x^2+2x-1$

17. $p(x)=x^4-7x^3-3x^2+63x-108$

18. $p(x)=6x^4-x^3+x^3+x+4$

19. $p(x)=x^4-13x^2+36$

20. $p(x)=x^6+16x^3+64$

Тапсырма 5.4. minimize және maximize – оңтайландыру функцияларын қолданып, келесі сызықтық программалау есептерін шешіңіз:

1. $Z(X)=2x_1+3x_2\to\max,$
$\begin{cases}-2x_1+x_2\le 2,\\ x_1-3x_2\le -9,\\ 4x_1+3x_2\le 24,\end{cases}$
$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

2. $Z(X)=5x_1+5x_2\to\max,$
$\begin{cases}-2x_1+x_2\le 2,\\ -x_1+3x_2\le 9,\\ x_1+x_2\ge 3,\end{cases}$
$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

3. $Z(X)=5x_1-3x_2\to\min,$
$\begin{cases}-4x_1-x_2\le 0,\\ -x_1+x_2\le 3,\\ 2x_1-3x_2\le 6,\end{cases}$
$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

4. $Z(X)=-x_1-x_2\to\max,$
$\begin{cases}-3x_1-2x_2\le 4,\\ -x_1+2x_2\le 8,\\ x_1+x_2\le 10,\\ 4x_1-x_2\le 20,\end{cases}$
$x_1\ge 0,\ x_2\ge 0$

5. $$Z(X)=2x_1+3x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-6x_1+x_2\le 3,\\ -5x_1+9x_2\le 45,\\ x_1-3x_2\le 3,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

6. $$Z(X)=5x_1-x_2\to\min,$$
$$\begin{cases}2x_1-3x_2\le 0,\\ -5x_1+9x_2\le 45,\\ x_1-2x_2\le 4,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

7. $$Z(X)=2x_1+2x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 4,\\ -x_1+2x_2\le 8,\\ x_1+x_2\le 10,\\ 4x_1-x_2\le 20,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

8. $$Z(X)=4x_1-2x_2\to\min,$$
$$\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 6,\\ -x_1+2x_2\le 10,\\ x_1-3x_2\le 6,\\ x_1+x_2\le 3,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

9. $$Z(X)=2x_1+4x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 6,\\ x_1+2x_2\le 10,\\ x_1+-5x_2\le 5,\\ x_1+x_2\le 4,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

10. $$Z(X)=15x_1+10x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}6x_1-x_2\le 3,\\ -x_1+2x_2\le 8,\\ 3x_1+2x_2\le 24,\\ x_1-x_2\le 3\\ x_1+2x_2\ge 2,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

11. $$Z(X)=2x_1+3x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}x_1+2x_2\le 2,\\ x_1+x_2\le 2,\\ 2x_1+x_2\le 4,\\ 2x_1-3x_2\le 0,\\ x_1\ge 0\end{cases}$$

12. $$Z(X)=2x_1+5x_2\to\min,$$
$$\begin{cases}2x_1+x_2\le 4,\\ -x_1+x_2\le 4,\\ x_1+2x_2\le 14,\\ -x_1-+3x_2\le 5,\\ x_1\le 4,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

13. $$Z(X)=2x_1-x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-x_1+x_2\le 2,\\ 2x_1+3x_2\le 16,\\ x_1+x_2\le 10,\\ 2x_1-x_2\le 3,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

14. $$Z(X)=x_1+4x_2\to\min,$$
$$\begin{cases}2x_1+3x_2\le 6,\\ -2x_1+3x_2\le 6,\\ x_1+x_2\le 3,\\ 2x_1-3x_2\le 0,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

15. $Z(X)=2x_1+4x_2\to\min,$
$$\begin{cases}2x_1+x_2\ge 9,\\ x_1+2x_2\le 15,\\ x_1+2x_2\ge 9,\\ 2x_1+x_2\le 15,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

16. $Z(X)=-5x_1+x_2\to\min,$
$$\begin{cases}2x_1-3x_2\le 0,\\ x_1+3x_2\ge 9,\\ x_1-3x_2\le 3,\\ -2x_1+3x_2\le 3,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

17. $Z(X)=x_1-3x_2\to\min,$
$$\begin{cases}-x_1+2x_2\le 12,\\ 2x_1-x_2\le 6,\\ -x_1+x_2\le 3,\\ 2x_1+x_2\le 6,\end{cases}$$

18. $Z(X)=3x_1-x_2\to\max,$
$$\begin{cases}-3x_1+2x_2\le 6,\\ 2x_1-3x_2\le 6,\\ x_1\le 6,\\ x_2\le 6,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

19. $Z(X)=2x_1+3x_2\to\min,$
$$\begin{cases}x_1+x_2\le 2,\\ x_1-x_2\le 0,\\ 3x_1+x_2\ge 6,\\ 3x_1+3x_2\le 6,\end{cases}$$

20. $Z(X)=x_1-2x_2\to\min,$
$$\begin{cases}2x_1-x_2\ge -2,\\ -x_1+2x_2\le 7,\\ -4x_1+3x_2\le -12,\\ x_1+3x_2\ge 18,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

Тапсырма 5.5.

Екі Х және У көрсеткіштері үшін деректер берілген. Олардың тәуелділігін зерттеу. Сызықтық регрессия теңдеуінің коэффициенттерін есептеу, нақты берілгендер мен есептеулер нәтижелерін графикамен көрсету, Х және У көрсеткіштері үшін дәл болжамдарды табу.

1.

Х	10	12	11	14	16	21	18	22	25
У	1	3	2	4	6	3	8	9	9

2.

Х	1	1	2	1	3	4	5	7	9
У	10	11	12	10	13	10	16	14	17

3.

Х	14	16	13	17	12	18	19	25	28
У	31	34	32	35	37	41	38	45	50

4. .

Х	4	6	3	7	2	8	9	15	18

У	31	34	32	35	37	41	38	45	50

5. .

X	4	6	3	7	2	8	9	15	18
У	21	24	22	25	27	31	28	35	40

6. .

X	44	46	43	47	42	48	49	55	58
У	21	24	22	25	27	31	28	35	40

7. .

X	44	46	43	47	42	48	49	55	58
У	1	4	2	5	7	3	8	5	9

8. .

X	14	16	13	15	12	18	19	25	28
У	1	4	2	5	7	3	8	5	9

9. .

X	14	16	13	15	12	18	19	25	28
У	21	24	22	25	27	23	28	25	29

10.

X	1	1	2	1	3	4	5	7	9
У	21	24	22	25	27	23	28	25	29

11.

X	-2	0	1	2	4
У	0,5	1	1,5	2	3

12.

X	167	169	170	170	172	173	174	175	179	180
У	169	171	166	172	180	176	177	182	182	186

13.

X	0	1	2	4	6	8
У	2,1	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2

14.

X	1	2	3	4	5	6
У	5,2	6,3	7,1	8,5	9,2	10,0

15.

X	0,5	0,7	0,9	1,1	1,4	1,5	1,7	1,9
У	73	85	102	115	122	126	134	147

Тапсырма 5.6.

Келесі мәліметтер үшін жиындық регрессия теңдеуін құру:

1.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	20	25	26	23	21	27	26	22	20

2.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	1	2	4	6	8	3	4	4	1	7
X2	1	2	5	6	3	1	7	6	2	2

3.

Y	12	14	13	13	15	14	16	17	12	14
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	22	25	26	23	21	27	26	22	20

4.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	20	25	26	23	21	27	26	22	20

5.

Y	31	32	31	33	35	34	36	37	32	34
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	20	25	26	23	21	27	26	22	20

6.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	20	25	26	23	21	27	26	22	20

7.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	11	15	18	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	20	25	26	22	21	23	26	22	20

8.

Y	21	22	21	23	25	24	26	27	22	24
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	21	21	24	26	23	21	22	26	22	20

9.

Y	1	2	1	3	5	4	6	7	2	4
X1	11	12	14	16	18	13	14	11	10	17
X2	1	2	5	6	3	1	7	6	2	2

10.

Y	9,0	6,0	8,9	9,0	7,1	3,2	6,5	9,1	14,6	11,9
X_1	3,5	2,8	6,3	4,5	3,1	1,5	7,6	6,7	4,2	2,7
X_2	4,5	3,0	3,1	3,8	3,8	1,1	2,3	3,6	7,5	8,0

11.

Y	9,0	6,0	8,9	7,1	3,2	6,5	9,1	14,6	11,9	9,2	8,8	7,5
X_1	3,5	2,8	6,3	4,5	3,1	1,5	7,6	6,7	4,2	2,7	4,5	3,5
X_2	4,5	3,0	3,1	3,8	3,8	1,1	2,3	3,6	7,5	8,0	3,9	4,7

12.

Y	20	35	30	45	60	69	75	90	105	110	120	130
X_1	10	15	20	25	40	37	43	35	38	55	50	55
X_2	12	10	9	9	8	8	6	4	5	3	2	1

13.

Y	20	35	30	45	60	69	75	90	105	110
X_1	10	15	20	25	40	37	43	35	38	55
X_2	12	10	9	9	8	8	6	4	4	5

14.

Y	203	63	45	13	121	88	110	56	80	237	160	75
X_1	118	28	17	50	56	102	116	124	114	154	115	98
X_2	105	56	54	63	28	50	54	42	36	106	88	46

15.

Y	12,5	6,7	8,5	5,9	6,8	5,6	4,8	4,5	6,7	5,5	4,0	3,3
X_1	2,3	2,8	1,5	6,0	2,9	2,8	2,6	1,5	0,9	0,6	0,7	3,1
X_2	6,9	3,5	7,1	3,1	3,7	3,9	4,0	4,8	4,8	4,2	4,9	3,2

Бақылау сұрақтары:

1. Сізге Mathcad функцияларының қандай түрлері таныс?
2. Mathcad құжатына кірістірілген функцияны қалай қоюға болады?
3. Қолданушы функциясын қалай құруға болады?
4. Mathcad ортасында polyroots функциясы қандай есептерді шешкенде қолданылады?
5. *root*() функциясының көмегімен сызықтық емес теңдеудің түбірін іздеу қалай орындалады?
6. Find және Minerr функцияларының айырмашылығы қандай?
7. minimize және maximize функциялары қандай категорияға жатады?
8. Minimize функциясы қандай есептерді шешу үшін қолданылады?
9. minimize және maximize функцияларының негізгі ерекшеліктерін атаңыз?
10. Регрессиялық талдау не үшін жүргізіледі?
11. Жұп регрессия моделі егжей-тегжейлі неден тұрады?
12. Регрессия теңдеуінде неге кездейсоқ айнымалы жүреді?
13. Корреляциялық талдау өлшемдер арасындағы қандай тәуелділікті сипаттайды?
14. Корреляция коэффициентінің қандай мәнінде кездейсоқ өлшемдер арасында корреляция бар деп айтуға болады?
15. Корреляция коэффициентін қандай формула бойынша есептеуге болады.
16. Регрессиялық талдаудың артықшылықтары мен кемшіліктерін атаңыз?
17. Көптік регрессия моделі егжей-тегжейлі неден тұрады?

6 Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау негіздері

6.1 Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау туралы жалпы мағлұматтар

Mathcad-та программалау әртүрлі функцияларды жазуға және итерациялық есептеулерді анықтауға мүмкіндік береді. Салыстырудың және тармақталудың күрделі шарттарын анықтауға және де мәндерді кері қайтаруға мүмкіндік береді. Программаны анықтай отырып, қолданушы

жинақылық және тиімділік үшін Mathcad өрнектерін біріктіруге және итерацияларды қолдануға мүмкіндігі бар [27].

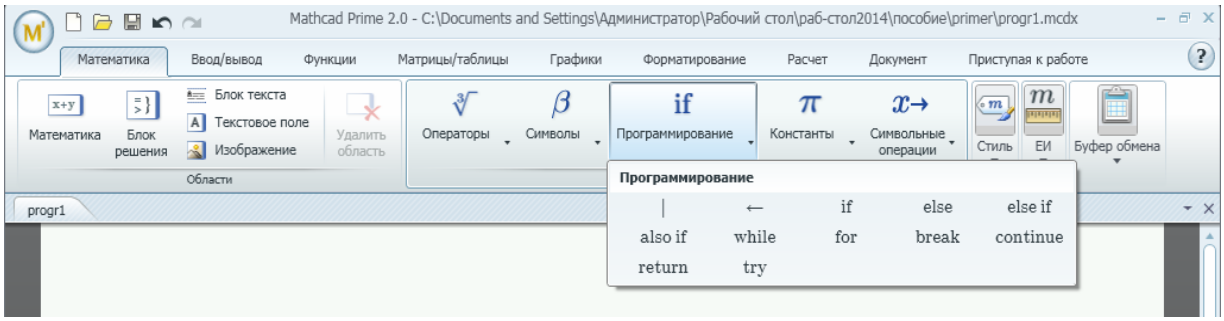
Айнымалылар мен функциялардың локальді тағайындалуы, есептеулерде циклды ұйымдастыру, тармақтардың шартты есептелуі, бақылау нүктелерін қосу, қателерді тоқтату және мәндерді қайтару үшін программалау операторларын қолдануға болады [28].

Программаның көмегімен есептеулерді топтастыруға және тек анықталған нәтижелерді ғана қайтаруға болады. Mathcad-та программаны құру «программа» операторының көмегімен орындалады. Осы оператор Mathcad-тың басқарушы операторлары үшін көпқадамды контейнер болып табылады және сол операторлар келесі функциялардың орындалуын жүзеге асырады: математикалық өрнектерді локальді айнымалыларға немесе функцияларға тағайындайды; тармақталу шарттарын тексеру; циклдағы есептеулердің орындалуы; тоқтау нүктелерін қосу; қателерді бақылау.

Mathcad функцияларын және программалау операторларын бірге қолданып, өте күрделі программаларды құруға болады. Мысалы, келесі әрекеттерді орындайтын программа құруға болады. Жаратылыс математикасындағы шартты белгілерді жазуда математикалық өрнектерді кірістіру. Өлшем бірліктерді кірістіру. Кірістірілген тұрақтылар мен функцияларды шақыру. Алдын-ала анықталған айнымалылар мен функцияларға қатынас жасау. Логикалық операторларды шартты операторлармен бірге қолдану. Массивтермен жұмыс істеу үшін операторларды қолдану, мәселен итерация айнымалыларымен бірге матрицадағы элемент операторы. Матрицаны немесе кірістірілген матрицаны өңдегенде бірнеше нәтижелерді анықтау.

Программада есептеу операторлары программалау операторлары анықтаған тәртіп бойынша орындалады. Нәтиже соңғы қадамда қайтады.

Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау мүмкіндіктерін іске асыру үшін *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында орналасқан *Программалау* (Programming) тізімі қолданылады. 6.1 суретте программалау операторларының тізімі көрсетілген.



Сурет 6.1. Программалау операторларының тізімі

6.1 кестеде программалаудың негізгі операторлары және оларға түсіндірмелер келтірілген [8].

Кесте 6.1. Программалау (Programming) тізімінің операторлары

№	Команда	Команда атауы	Ендіру	Тағайындау
1	|	программалау	]	Жаңа программалық құрылымды кірістіру
2	←	Локальді тағайындау	{	Локальді тағайындауды кірістіру
3	if	if операторы	}	if операторын кірістіру
4	else	else операторы	Ctrl+Shift+}	if операторынан кейін else операторын кірістіру
5	else if	else if операторы	Ctrl + ;	if операторынан кейін else if операторын кірістіру
6	also if	also if	Ctrl+Shift+?	if -тан кейін also if операторын кірістіреді
7	while	while циклы	Ctrl+]	while циклын кірістіру.
8	for	for циклы	Ctrl+Shift+”	for циклын кірістіру
9	break	break операторы	Ctrl+Shift+{	Циклдың ағымдағы итерацияларының орындалуын тоқтатуға қызмет жасайтын және соңғы есептеу мәнін қайтаратын break операторын кірістіру
10	continue	continue операторы	Ctrl+Shift+:	continue операторын кірістіру. Цикл денесінің қалған бөлігін жіберу және келесі итерацияға өту
11	return	return операторы	Ctrl+\	return операторын кірістіру. Программа орындалуын тоқтату және ағымдағы нәтижені қайтару
12	try	Try/on Error	Ctrl+[	Try/on Error операторын кірістіру

6.2 Қарапайым программа құру

Программалар өрнектерді анықтау үшін қолданылады, әйтпесе олар бір мағыналы емес, қиын оқылатын немесе оларға диапазон, шартты функциялар мен массивтер қолданылуы тиіс болар еді. Программалар

жадыны үнемдеу мақсатында да қолданылады – үлкен массивтердегі аралық есептеулер программа денесінің ішінде орындалады. Аралық мәндер жадыда тек программаның орындалу кезінде ғана сақталады, әйтпесе олар құжат толық жабылғанға дейін жадыны толтырып отырар еді.

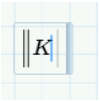
Төменде *Mathcad Prime 2.0* ортасында қарапайым программа құру мүмкіндігін көрсететін мысал келтірілген [29].

Жаңа программа құру үшін келесі әрекеттерді орындау керек:

1. *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында *Программалау* (Programming) тізімін таңдау керек. Содан кейін программалау операторларының тізімі ашылады. | *Программа* (Program) белгісін шертіңіз. Программа құрылымы ашылады, яғни бос орын толтырғышы бар программа пайда болады.

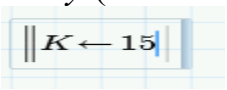


2. Математикалық өрнекті немесе программалау операторын ендіреміз. Мысалы, ***K*** ендіреміз:



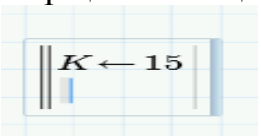
K локальді айнымалы тек программада ғана анықталған. Оған программа сыртында сілтеме жасау мүмкін емес.

3. *Математика* (Math) жапсырмасындағы *Операторлар мен Символдар* (Operators and Symbols) тобында *Программалау* (Programming) шертіңіз. Программалау операторларының тізімі ашылады. ← *Локальді тағайындау* (Local Assignment) белгісін шертіңіз және 15 санын ендіріңіз.



Бұл локальді меншіктеу операторы.

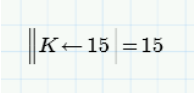
4. Enter пернесін басамыз. Программада бос орын толтырғышы бар жаңа қатар қосылып қойылады.



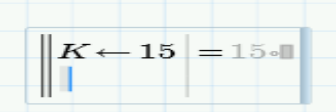
5. Программа толық ендіріліп біткенше 2-ші және 3-ші қадамдарды қайталаңыз. Сол жақтағы қос сызық бір деңгейде орналасқан программаның қадамдарын белгілейді. Сол жақтағы әрбір қос сызыққа оң жақтағы жалғыз сызық сәйкес келеді. Программаның соңғы қадамында оның нәтижесі анықталады.

Программаны есептеу үшін = басыңыз. Mathcad программаның соңғы қатарының есептеу нәтижесін көрсетеді. Программаның ұзындығынан тәуелсіз нәтиже әрқашан программаның оң жақ жоғарғы бұрышына шығарылады.

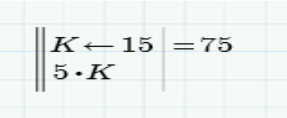
Жоғарыда айтылғанды көрнекі түрде көрсету үшін меңзерді меншіктеу өрнегінің соңына орналастырып, = басыңыз. Алатынымыз:



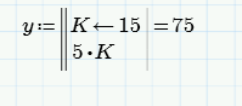
Сосын «Ендіру» пернесін басамыз. Программаның жаңа қатары көрінеді:



5*К ендіріп, есептеу үшін F5 пернесін басамыз. Mathcad программаны есептеп шығады:



Программада есептелген соңғы өрнекті меншіктеу үшін төменде көрсетілгендей у айнымалысын тағайындаймыз:



6.3 Программалау стратегиялары

Программалар түсінікті және ықшамды болуы үшін шартты операторларды, циклдік операторларды және басқа программалау операторларын қолдану ұсынылады [30].

Шартты операторлар

Шартты операторлардың көмегімен қандай есептеулерді орындауға және қандайын орындамай жіберу керектігін анықтауға болады. Программаның орындалуын анықталған жол бойынша бағыттау керек болғанда шартты операторларды қолданыңыз.

Циклдар

Цикл – бұл программаның блогы, мұнда бір немесе бірнеше операторлар (цикл денесі) тоқтату шарты орындалғанға дейін көп рет орындалады. Циклдардың келесі типтері бар:

- For циклы. Цикл денесінің қайталану саны алдын-ала белгілі болған жағдай қолданылады.
- While циклы. Қайталанатын әрекеттер кейбір шарттарға жеткенше орындалуы тиіс жағдайда қолданылады.

Рекурсия

Функцияны есептеген кезде рекурсияның көмегімен қысқа және көрнекті шешім алуға болады. Ең үлкен жалпы бөлгішті есептеу үшін функцияның келесі рекурсивті анықталуын қарастырамыз.

Рекурсивті функцияны жазу үшін басқа анықтамалар берілмеген атау таңдауымыз қажет. Егер рекурсивті функцияның аты ретінде Mathcad-тың кез келген кірістірілген функцияларының аты немесе алдын анықталған функцияның аты қолданылса, онда есептеу кезінде алдымен осы функцияның бастапқы анықтамасына айналу жасалады.

6.4 Mathcad Prime 2.0 ортасында программалау мысалдары

Мысал 6.1.

Үш бұрыштың ауданын есептейміз, егер үш бұрыштың қабырғалары белгілі болса (a = 5 м, b=7м, c=10м).

Шешуі:

Шешу үшін Герон формуласын қолданамыз.

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, мұндағы a, b, c – үш бұрыш қабырғалары, p – оның жартылай периметрі, яғни $p = \frac{a+b+c}{2}$

Осы есепті Mathcad Prime 2.0. ортасында шешеміз:

$$Plosh(stor1, stor2, stor3) := \left\| \begin{array}{l} a \leftarrow stor1 \\ b \leftarrow stor2 \\ c \leftarrow stor3 \\ p \leftarrow \frac{a+b+c}{2} \\ S \leftarrow \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \end{array} \right.$$

$$Plosh(5, 7, 10) = 16.248$$

$$Plosh(5\ m, 7\ m, 10\ m) = 16.248\ m^2$$

Үш бұрыш ауданы 16,248 м^2 тең.

Мысал 6.2.

Функция мәнін есептейтін программа құрамыз:

$$F = \begin{cases} a+b & при \quad a > b \\ a*b & при \quad a \le b \end{cases}$$

мұндағы a және b; А) a = 5, b =4; Б) a = 4, b =4; В) a = 2, b =4.

Шешуі: программаны жазған кезде шартты операторларды қолданамыз.

Тәсіл 1.

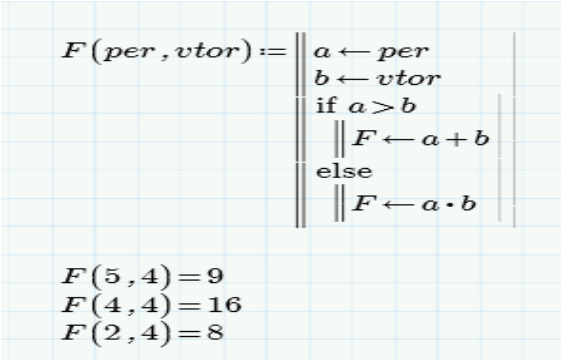
if операторын қолдану арқылы:

$$F(per, vtor) := \left\| \begin{array}{l} a \leftarrow per \\ b \leftarrow vtor \\ \text{if } a > b \\ \quad \left\| F \leftarrow a+b \right. \\ \text{if } a \le b \\ \quad \left\| F \leftarrow a \cdot b \right. \end{array} \right.$$

$$F(5, 4) = 9$$
$$F(4, 4) = 16$$
$$F(2, 4) = 8$$

Тәсіл 2.

if және else операторын қолдану арқылы:



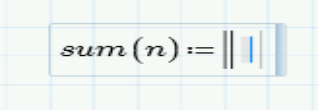
Мысал 6.3.

Бірінші 8 натуралдық сандардың суммасын есептейтін программа құрамыз, яғни *Sum(n)=1+2+3+..+n* және *n=8.*

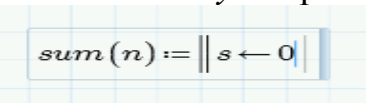
Шешуі:

Бұл есепті Mathcad Prime 2.0 ортасында шешеміз. Есеп келесі схема бойынша шешіледі:

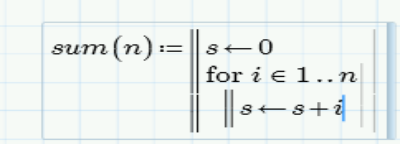
1. Алдымен *Sum* функциясының атын береміз, соның соңынан *(n)* параметрлер тізімін және **:=** меншіктеу операторын ендіреміз.
2. *Программалау* (Programming) тізімінен | *Программа* (Program) белгісін таңдаймыз. Программа құрылымы ашылады, яғни бос орын толтырғышы бар программа пайда болады:



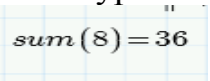
3. *s ← 0* бастапқы мәнін ендіреміз. Бағыттауыш программа денесінде меншіктеу операторы қызметін атқарады. Ол **{** (ашылған фигуралы жақша) батырмасымен немесе *Программалау* (Programming) тізіміндегі ← *Локальді тағайындау* операторын таңдау арқылы ендіріледі.



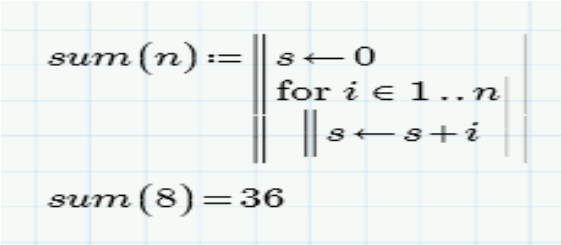
4. Enter пернесі көмегімен программаның жаңа қатарын құрамыз. Сосын цикл операторын ендіру үшін **for** операторын шертеміз. Тиістілік символының алдына *i* айнымалысын, ал одан кейін - *1..n* айнымалының өзгеру аралығын ендіреміз. Төменде орналасқан ұяшыққа *s <- s+i* меншіктеуді ендіреміз:



5. Программаның соңғы қадамында оның нәтижесі алынады, яғни бірінші 8 натурал сандардың суммасы (n=8) анықталады:



Программаның листингі 6.2 суретте келтірілген.

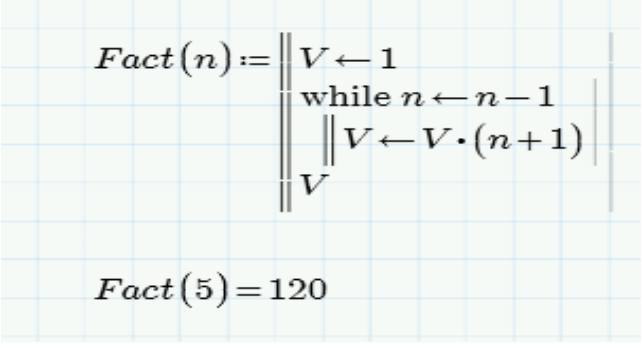


Сурет 6.2. бірінші 8 натурал сандардың суммасы программасының листингі

Мысал 6.4.

Рекурсивті программаларда циклдарды қолданып, факториалды есептеу үшін программа құру.

Шешуі:



Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 6.1. Есептеу үшін программа құру.

1. $a=\dfrac{y^{x+1}}{\sqrt[3]{|y-2|+3}}+\dfrac{x+y/2}{2|x+y|^3}$; $b=(x+1)^{-1\sin^3 z^2}$; мұндағы x=2,95; y=5,99; z=0,325.

2. $a=\dfrac{1+\cos^3(y-2{,}25)^2}{\dfrac{x^3}{2}+\sin^3 z}$; $b=(1+y)^4\dfrac{x+\dfrac{y}{x^2+4{,}5}}{y^{x-2}+\dfrac{1}{x^2+3{,}39}}$; мұндағы x=3,256; y=4,065; z=0,98.

3. $a=\lg^4\left(\sqrt[3]{e^{x-y}}+x^{|y|}+z\right)^2$; $b=x-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}$; мұндағы x=1,531; y=-4,23; z=9,96.

4. $a=\dfrac{1+\sin^2(x+y)^3}{\left|x^3-\dfrac{2y}{1+x^3y^4}\right|}\cdot x^{|y|}$; $b=\arccos ec^3\sqrt{x^5}$; мұндағы x=1,385; y=-0,733.

5. $a=e^{|x+y|^3}+|x-y|^{x+y}$; $b=arc\sec^5 x^3+arcctg^3\sqrt{x^5}$; мұндағы x=1,98; y=-3,85.

6. $a=\sqrt[3]{x+\sqrt[4]{|y|}}$; $b=\sqrt[5]{|y|}e^{-(x/y)^2}+arcsin^3 z^5$; мұндағы x=32,54; y=b –12,567; z=0,79.

7. $a = e^{\frac{x^3+1}{y^2+1}} + arccos^3\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2$; $b = \frac{arctg^3 \frac{1}{x^3 - y^3}}{ln^5|x-y|^4}$; мұндағы x=0,78; y=3,55.

8. $a = \sqrt{10{,}36\left(\sqrt[5]{x^2} + x^{y+1{,}28}\right)}$; $b = arcsin^3 z^4 + |x^3 + y^5|$; мұндағы x=8,76; y=2,12; z=0,97.

9. $a = \sqrt{|sin^3(x+y)^5 - ln^4(x^3+p)|}$; $b = |x-y|^5 + ctg^3 x^6$; мұндағы x=0,675; y=0,36; p=5,76.

10. $a = \frac{\cos^3(x^5 + ctg^3 x^5 + \sqrt{x^3})}{\log_2^3 (x^2+z)^4}$; $b = |x-y|^5 + e^{x+1,5}$; мұндағы z=3,45; x=0,76; y=2,13.

11. $a = x^3 + \sqrt[5]{\left(|x-y|^3 + 5{,}29\right)^3}$; $b = \sin^3(x-y)^2 + ctg^3(x+y)^5$, мұндағы x=1,27; y=2,16.

12. $a = u^{(x+y)^{3/2,65}} - \sqrt[3]{\frac{x-1{,}25}{|y|+1}}$; $b = arcsin^3 v^5$; мұндағы u= 2,23; x= 2,65; y=-1,93; v=0,989.

13. $a = log_4^3 \frac{x^2+y^3}{|x-y|^2} + e^{|x-y^2|}$; $b = lg^4 x^2 - y^{3,25}$; мұндағы x=9,25; y=3,56.

14. $a = e^{\frac{x^3+1,5}{y^2+2,5}} + sec^3\left(x - \frac{\pi}{7}\right)$; $b = \frac{arctg^3(x^3-y^3)^2}{ln^4(x-y)^4}$; мұндағы x=0,95; y=4,75.

15. $a = \sqrt[4]{y^3 + \sqrt[3]{x^2 - 2{,}75}}$; $b = |x-y|^5 \, sin^3 z^2 + arccos\, ec^3 z^2$; мұндағы *x=4,25; y=3,67; z=1,93.*

Тапсырма 6.2. Шартты операторларды қолданып, функцияның мәндерін есептеу үшін программа жазу.

1. $F = \begin{cases} \frac{a^2+b^2}{3\sqrt{a\sqrt{b+1}}} + |a-b| & \text{егер} \quad b > a \\ |a \cdot b|^{2,37} - k^3 n^2 & \text{егер} \quad b \le a \end{cases}$

мұндағы $a = \sqrt[3]{|x|y} \cdot \sin^2(x \cdot \ln y) + \left|\cos\frac{x}{y}\right|$; $b = (x+y)^{tgy}$; x=1.55; y=2.57; k=9; n=12.

2. $F = \begin{cases} a^3 + b^3 + \sqrt[3]{n \cdot |a \cdot b|} & \text{егер} \quad a > b \\ a + b + \log_2^4(a^2 + b^2) & \text{егер} \quad a \ge b \end{cases}$

мұндағы $a = \sqrt{10\left(\sqrt{x} + x^{x+2}\right)}$; $b = (\text{arcsin}z)^3 + 0{,}61xy$; x=16,65; y=-2,75; z=0,15; n=6.

3. $F=\begin{cases} |a|+|b|-|ab|^{2,75} & \text{егер } a>b \\ \dfrac{a^3-b^3}{a+b}+n\cdot k & \text{егер } a\le b \end{cases}$

мұндағы $a=\dfrac{\sqrt[3]{8+|x+y|^2+xy}}{x^2+xyz+y^2}$; $b=e^{|x-y|}\left(tg^3 xy+1\right)^x$; x=6,25; y=2,5; z=0,35; n=6.

4. $F=\begin{cases} \left|a*x-\sqrt[3]{a^2+b^3}\right| & егер \quad a>b \\ a^3b^4+\sqrt[3]{a*b} & егер \quad a\le b \end{cases}$

мұндағы $a=\dfrac{x+\dfrac{y^3}{4+x^2}}{\sqrt[3]{5-\sin^5 x^3}}$; $b=\dfrac{3+arc\sec^4\sqrt{3.5x}}{\dfrac{xz}{5}+\sin^2 z}$; x=0.975; y=4.04; z=0.893.

5. $F=\begin{cases} \dfrac{a^3+b}{|ab|}+\sqrt{n*k} & егер \quad a\le b \\ arcctg^3(a+b) & егер \quad a>b \end{cases}$

мұндағы $a=\lg(\sqrt{e^{x+y}}+|x|^y+z)$; $b=-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}$; x=4.55; y=-5.6; z=14.5; n=28; k=37.

6. $F=\begin{cases} a^3+b & егер \quad a>b \\ \sqrt[3]{|a^3-b|} & егер \quad a\le b \end{cases}$

мұндағы $a=\dfrac{(e^{y-1}+\log_2^4 3x)n^2}{1+x|-tg0.2z|^3}$; $b=|y-x|^{2.36}+\dfrac{|y-\lg 2x|}{3}$; x=12.49; y=0.96; z=0.3*10^2; n=2.

7. $F=\begin{cases} a^3x+\dfrac{nx^3}{\sqrt[3]{|a+b^3|}} & егер \quad a>b \\ \log_2^4(10x^2)-a^2b^3 & егер \quad a\le b \end{cases}$

мұндағы $a=\sqrt[3]{y+\sqrt[5]{x-1}}$; $b=|x-y|^3(\sin^2 2z+tg\sqrt[3]{x})$; x=9.06; y=10.37; z=0.16*10^{-5} ; n=9.

8. $F=\begin{cases} \cos^3(3xy^2)+k^3 & егер \quad a\le b \\ ctg(5x*\sqrt[3]{x^3+yz}) & егер \quad a>b \end{cases}$

мұндағы $a=2^{-x}+3^y$; $b=\dfrac{|x-y|*(1+\dfrac{\sin^3 3z}{xy^3})}{e^{|x-y|}+\dfrac{x^3y}{2}}$; x=0.77; y=2.363; z=0.8934; k=21.

9. $F=\begin{cases} \cos^3(0.28ab)+k^4 & егер \quad a>b \\ tg^2(5a*\sqrt[3]{a^3+b^2}) & егер \quad a\le b \end{cases}$

мұндағы $a = 2^{-y} + 3^{x^2}$; $b = \dfrac{|x-y|^3 * (1+\sin 2y)}{e^{x-y} + \dfrac{x+y}{2}}$; x=0.77; y=0.67525; k=8.

10. $F = \begin{cases} b^3 y + \dfrac{kx^3}{\sqrt[3]{|x+y|}} & егер \quad a \le b \\ \ln^4(12y^2) - x^3 y^3 & егер \quad a > b \end{cases}$

мұндағы $a = \sqrt[3]{x + \sqrt[7]{y-1}}$; $b = |x-y|^4 (\cos^2 2z^2 + ctg^3 z^4)$; x=4.78; y=2.95; z=0.38; k=3.

11. $F = \begin{cases} x^3 + y^3 & егер \quad a > b \\ \sqrt[5]{|x-y|} & егер \quad a \le b \end{cases}$

мұндағы $a = \dfrac{(e^{a-2.5} + \log_2^4 3x)k^3}{1 + y|x - ctg^3 z^5|}$; $b = |a-k|^{4.25} \dfrac{|z - \lg x^3|}{4}$; x=2.45; y=1.89; k=2; z=1.75.

12. $F = \begin{cases} (x^2 + y^3)^{3.25} + k * m & егер \quad a < b \\ |x-b|^3 - \lg^3(k+m) & егер \quad a \ge b \end{cases}$

мұндағы $x = \dfrac{a + \dfrac{y}{3}}{a^2 + ya}$; $y = \sqrt{\cos^2(arctga^3) + |\sin^3 2a|}$; a=0.87; b=14.15; k=28; m=7.

13. $F = \begin{cases} (x^3 + y^2)^2 & егер \quad a \le b \\ \sqrt[5]{|x^3 - y|} & егер \quad a > b \end{cases}$

мұндағы $y = \log_2^3(3 + z^2)^4 + \sqrt[5]{a + p^3}$; $z = e^{arc\sec^3 p^2 + 2.65}$; $x = y * \ln(a^2 + z^3)$; p=0.95; a=2.69.

14. $F = \begin{cases} arcctg^4(0.2a * b) & егер \quad a \le b \\ \ln^3(4a^2 \sqrt[5]{a^4 + b^3}) & егер \quad a > b \end{cases}$

мұндағы $a = 3^y + 2^{x^3}$; $b = \dfrac{e^{\sin^3 x^2 + y} + \dfrac{x^3 + y}{3}}{\arcsin^3 2y^2 + |x-y|^4}$; x=0.88; y=0.6372.

15. $F = \begin{cases} 9.5\sqrt{x^3 \sqrt{y+1}} + |x^3 - y| & егер \quad a < b \\ x^3 + y^3 & егер \quad a \ge b \end{cases}$

мұндағы $x = \sqrt[3]{ay^2} * \arcsin^4(y * \ln^3 a^2)$; $y = (a+b)^{e^{\sec^3 b^2}}$; a=2.35; b=1.32.

Бақылау сұрақтары:

1. Программалау операторларын атаңыз.
2. Mathcad-та программаларды ендіру ережелері.
3. Операторларды пернетақтадан ендіруге болады ма?

4. Break операторы не қызмет атқарады?

5. Цикл жұмысын тоқтату үшін және келесі итерациядан оның орындалуын жалғастыру үшін қандай оператор қолданылады?

6. Return операторының қолданылуына мысал келтіріңіз

7. Mathcad Prime 2.0 ортасында программаны жасаған кезде ← символы нені білдіреді?

8. Жаңа программаның құрылымы қандай перненің көмегімен кірістірілуі орындалады?

7 Mathcad-та функциялардың графиктерін тұрғызу

7. 1 Mathcad Prime 2.0 графикалық мүмкіндіктері

Mathcad-та графиктің бірнеше әртүрлі типтері кірістірілген [31]:

-  XY графиктері;
-  полярлық графиктер;
-  контурлық графиктер;
- 3D-графиктер.

Графикті тұрғызған кезде ол алғашқыда сызықтық қисық сызық түрінде көрсетіледі [32]. Графиктің түрін *Графиктер* (Plots) жапсырмасында бар параметрлердің көмегімен өзгертуге болады. *Стильдер* (Styles) тобындағы *Символ* (Symbol) тізімін немесе *Сызық стилі* (Line Style) тізімін ашу үшін сәйкесінше *Символ* (Symbol) немесе *Сызық стилі* (Line Style) тізімінің оң жағындағы бағыттауышты шертіңіз. *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Типін өзгерту* (Change Type) тізімін ашу үшін *Типін өзгерту* (Change Type) пунктін таңдаңыз.

График облысымен келесі әрекеттерді орындауға болады. Тасымалдау, қиып алу, көшіру және график облысына кірістіру. График облысына мәтіндік алаңды немесе формулалар облысын тасымалдау. Құжатқа өзгеріс енгізген кезде графиктің артық есептелуін тоқтату үшін облысты өшіріп қою. Графиктің өлшемін өзгерту үшін облыстың өлшемін өзгерту.

Жаңа график құрған кезеде келісілген бойынша «сызық» қисығы типі қолданылады. Қисық сызықтардың стилін немесе типін өзгерту графикті келесі бір графикке түрлендіруге мүмкіндік береді. Шашыраңқылық графигі берілгендердің жиынтығын нүктелердің жиынтығы ретінде көрсетеді. X осі өрнегіндегі вектор жатық ось бойындағы әрбір нүктенің орналасуын анықтайды, ал Y осі өрнегіндегі вектор тік ось бойындағыны анықтайды. Бағаналы диаграмма – мәліметтерді тік бағандарда көрсетеді. Әртүрлі

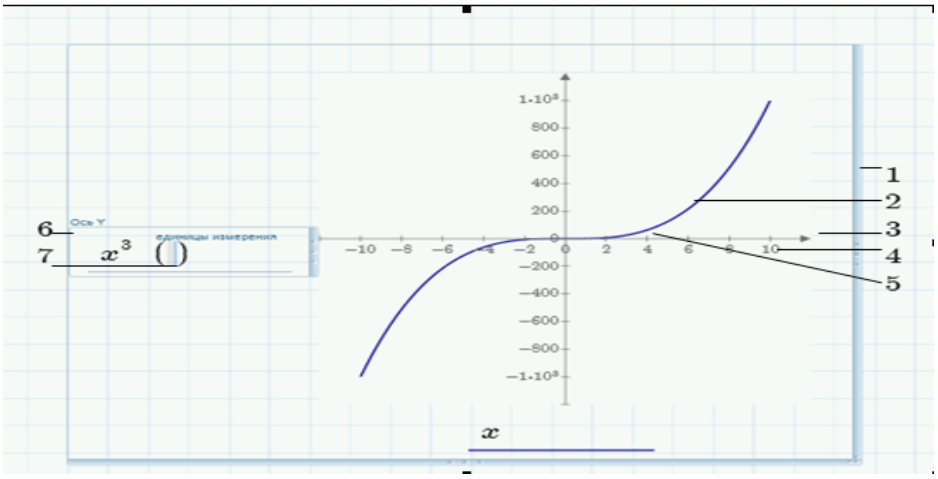
категорияларға жататын мәліметтер мәндерінің реттілігі жатық ось бойында бір-бірінен аралығы бірдей қашықтықта кейінге қалдырылады. Әрбір категориядағы элементтердің саны баған биіктігін анықтайды. Гистограмма жағдайында бағандардың орналасуы x мәндерімен анықталады, ал бағандардың биіктігі y мәндерімен анықталады. Тарату диаграммасы – жоспарланған эксперименттегі әрбір фактор үшін оң немесе теріс орташа пікірді көрсетеді. Мұртты жәшік диаграммасы мәліметтер жиынтығы мәндерінің статистикасын және едәуір ауытқуын көрсетеді. Бағаналы диаграммасы – жатық жолақтар қолданып, мәліметтерді көрсетеді. Қателіктер диаграммасы – графикті жалғыз екі бағаналы матрицаның y мәндерінің мәліметтерін басқа жалғыз матрицаның x мәндеріне байланысты тік сызықтар түрінде көрсетеді. «Діңгек» диаграммасы – әрбір мәндерде маркер символымен мәліметтерді тік сызықтар түрінде көрсетеді. «Сарқырама» диаграммасы – графикті жалғыз матрицаның y мәндерінің мәліметтерін басқа жалғыз матрицаның x мәндеріне байланысты сызықтар түрінде көрсетеді.

7.2 XY графиктері

XY графиктері функциялар мен мәліметтерді визуалдау үшін қолданылады. Мысалы, олардың көмегімен бірнеше тәжірибелердің нәтижелерін салыстыруға немесе теңдеудің түбірін жылдам табуға болады. Mathcad қолданушыға графикті форматтаудың әртүрлі құралдарын ұсынады – қалыңдығы мен сызықтар түсін, координат өстерінің түрін, координаталық торды, мәтіндік түсіндірмелер және тағы басқаны өзгерту.

Графиктер құру. График құру үшін құжатқа бос графикті кірістіру және остердің өрнектерін беру керек.

XY графигінің компоненттері туралы мәліметтер. *XY* графиктерінің көмегімен 2D-графиктерде 2D-берілгендерді көрсетуге болады. Бөлулерді X осіне немесе Y осіне өзгерту арқылы қисық сызықтарды басқаруға болады.



Сурет 7.1. Mathcad ортасындағы *XY* графигінің компоненттері

1. График облысы;
2. Қисық сызық;
3. Ось;
4. Бөліктің мәні;
5. Бөлік;
6. Осьтің түсіндірме сөзі;
7. Өлшем бірліктің орын толтырғышы.

График компоненттерімен жұмыс

График компоненттерімен келесі әрекеттерді орындауға болады [8]:

- Қисық сызықтар – қисық сызықтарды қосу немесе баптау.
- Остер өрнектері - остер өрнектерін түзету немесе графиктерге жаңа өрнектерді қосу. Остер өрнектерінің бірліктерін немесе маштабтауды өзгерту. Остер түсіндірме сөздерінің өлшемін өзгерту немесе тасымалдау.
- Остер – остерді маштабтауды немесе остерді тасымалдауды өзгерту.
- Бөлулер – бөлулерді баптау.

XY графигінің түрін келесі әрекеттерді орындап жақсартуға болады: тік немесе жатық маркерлерді қосу; остердің өрнектерін жасыру немесе көрсету.

Қисық сызықтарды қосуға және баптауға болады. Сонымен қатар, остердің өлшем бірліктерін, маштабын және өрнектердің орналасуын өзгертуге болады.

Қисық сызықтар санын ұлғайту үшін остердің өрнектерін қосуға болады. «Мұртты жәшік» диаграммасы және тарату диаграммалары үшін остер өрнектеріндегі массивтерге қатарлар қосып, «жәшіктердің» немесе факторлардың санын көбейтуге болады.

Остер өрнектерінің санын көбейту кезінде X және Y остері үшін өрнектер саны бірдей болуы қажет емес. Қисық сызықтарды құру кезінде остер өрнектерінің жұптары остердің бірі үшін соңғы өрнек жеткенге дейін тізбектеліп таңдалады. Бұл өрнек екінші остің қалған барлық өрнектеріне қолданылады.

Қисық сызықтардың сыртқы көрінісін өзгертуге болады. Келісілген бойынша келесі мәндер қолданылады: түс – көк; символ – жоқ; сызықтар стилі – тұтас сызық; қалыңдығы – жұқа.

Остер өрнектерінің өлшем бірліктерін, маштабын және орналасуын өзгерту

Егер остің өрнегімен өлшем бірліктер байланысты болса, онда орын толтырғышта өлшем бірліктер автоматты түрде көрінеді. Белсенді орын толтырғыш жақшаға алынған. Көрініп тұрған өлшем бірліктерді формулалар облысындағы нәтижелердегідей өзгеріс жасауға болады. Өлшем бірліктің орын толтырғышын өрнектерін маштабтау үшін де қолдануға болады. Остің

түсіндірме сөзінің орналасуын өзгертуге болады. Келісілген бойынша келесі орналасулар қолданылады: X өсінің түсіндірме сөзі – төменде; Y өсінің түсіндірме сөзі – сол жақта. Сонымен қатар остердің түсіндірме сөздерінің өлшемін өзгертуге де болады.

XY графиктерін тұрғызу кезеңдері:

1) құжаттағы бос жерді шертіп, график тұрғызатын орынды орнатамыз.

2) *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті қою* (Insert Plot) пунктін таңдаймыз, ал сосын – *XY Графигін* (XY Plot). XY графигінің бос облысы пайда болады.

3) Y осінің орын толтырғышында (оң жақтан) тәуелсіз айнымалы арқылы өрнектелген функцияны немесе оның денесін ендіреміз.

4) X осінің орын толтырғышында (төменде) дәл сол тәуелсіз айнымалы арқылы өрнектелген басқа функцияны ендіреміз.

5) "Enter" пернесін басамыз. Қисық сызықты сызықтық пайда болады. Графикте ең болмағанда X осінің бір өрнегі және Y осінің бір өрнегі болуы тиіс. Егер екі функцияның графигін тұрғызу керек болса (екеуі де бір айнымалының функциясы болып табылады), онда олардың аргументтерін қалдырып, функциялардың тек аттарын ғана енгізуге болады.

6) Графиктің нүктелер санын өзгерту үшін:

- қисық сызықты таңдауы тиіс.
- *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Нүктелер саны* (Number of Points) тізімін шертіп, керек санды таңдау қажет. Нүктелер санын қолмен ендіруге де болады. Нүктелер санының көбеюі қисық сызықтарды тегістейді.

Ескерту. XY графиктерінде және полярлық графиктерде 100-ден 3000-ға дейінгі нүктелерді қолдануға болады. Нүктелер санын басқару үшін графиктің айнымалылар-диапазонын анықтаңыз.

3D-графиктерде 11-ден 101-ге дейінгі нүктелерді қолдануға болады. Таңдалған нүктелер саны X осіне және Y осіне де қолданылады. Әрбір ос үшін әртүрлі нүктелер санын көрсету үшін CreateMesh функциясын қолданыңыз немесе графиктің айнымалылар-диапазонын анықтаңыз.

*Остердің өрнектерін қосу және өшіру***.**

1) Графикте остің өрнегіне шертіңіз. Егер остің ағамдағы өрнегінен жоғары өрнек қосу керек болса, онда меңзерді сол өрнектің сол жағына орнатыңыз. Ағымдағы өрнектен төмен меңзердің басқа барлық орналасуы үшін орын толтырғыш пайда болады.

2) Остің өрнегін қосу үшін Shift+"Ендіру" пернесін басыңыз. Немесе *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Қисық сызық қосу* (Add Trace) шертіңіз. Остің орын толтырғышы пайда болады. Орын толтырғышқа жаңа остің өрнегін ендіріңіз.

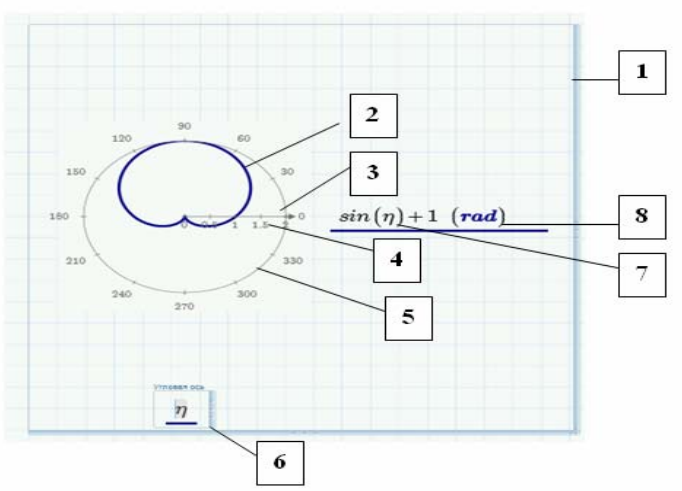
3) Остің өрнегін өшіру үшін остің орын толтырғышындағыны өшіріңіз және сосын Backspace немесе Delete пернесін басыңыз. Немесе *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Қисық*

сызықты өшіру (Delete Trace) шертіңіз. Егер осы ос үшін бұл орын толтырғыш жалғыз болса, онда орын толтырғыш өшіп кетеді.

7.3. Полярлық график компоненттері

Стандартты түрлендірулерді қолданып: x = r·cos(θ), y = r·sin(θ) x-y жазықтығындағы r радиус пен θ бұрышын көрсету жолымен полярлық графиктер тұрғызылады, мұндағы r радиус пен θ бұрышы оң және теріс мәндерді қабылдауы мүмкін.

Алғашқыда теріс радиустар бұрыш бойынша фазалық жылжу секілді интерпретацияланады. Радиус диапазонын теріс мәндер жаққа қарай созу үшін радиалды остің шегін өзгертуге болады.



Сурет 7.2. Полярлық графиктің компоненттері

1. График облысы,
2. Қисық сызық,
3. Радиалды ос,
4. Бөлік,
5. Бұрыштық ос,
6. Остің түсіндірме сөзі,
7. Остің өрнегі,
8. Өлшем бірліктің орын толтырғышы.

Полярлық график компоненттерімен жұмыс[7]

Полярлық графиктерді XY графиктері секілді түзетуге және форматтауға болады. Бірақта бірнеше өзгешеліктер бар.

- Остер. Остердің орналасуы белгіленген. Бұрыштық осте тек бөлу аралығындағы интервалдарды ғана түзетуге болады. Бөлулер мәндері градуспен көрсетіледі.

- Қисық сызық типі. Полярлық графиктің қисық сызық типін өзгертуге болмайды. Дегенмен, полярлық графиктің қисық сызық стилін өзгертуге болады.
- Полярлық график облысы. Полярлық график облысының өлшемін өзгерткен кезде график жақтарының қатынасы әрқашан өзгеріссіз қалады.
- Остер өрнектері. Егер мәліметтерді анықтауда градус операторы көрсетілмесе, ендірілген мәліметтер радианмен есептелінеді.

Полярлық график құру

1) Полярлық график құру үшін құжатта орын таңдаймыз.

2) Ctrl+7 пернелерін басамыз. Полярлық графиктің бос облысы пайда болады. Сонымен қатар, *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *График кірістіру* (Insert Plot) тізімнен *Полярлық график* (Polar Plot) пунктін таңдауға болады.

3) Радиалды остің (оң жақтан) орын толтырғышында бұрышқа тәуелді функцияны немесе өрнекті ендіреміз.

4) Бұрыштық остің орын толтырғышында (төменде) сол бұрышқа тәуелді басқа функцияны ендіреміз.

5) «Ендіру» батырмасын басамыз. Сызықты қисық сызығы бар полярлық график пайда болады.

7.4 Контурлы графиктер туралы мәліметтер

Екі айнымалы функцияларды немесе 3D-мәліметтерді визуалдау үшін контурлы графика қолданылады. Мәліметтер кірістірілген кері қайтарылатын CreateMesh функциясындағы матрицада немесе үш матрицалық векторда сақталуы мүмкін.

Контурлы графиктер үшін кіріс мәліметтері. Контурлы функциялар кіріс мәліметтерінің үш форматын қабылдайды:

1) екі айнымалы функция;

2) мәліметтер матрицасы.

Мәліметтер матрицасы (x, y, z) бос мәліметтерді қамтуы мүмкін емес. Торда анықталған мәліметтер рұқсат етілген шекті көрсетуі тиіс, мысалы кірістірілген matrix функциясының орындалуының нәтижесі болып табылатын мәліметтер.

3) Кірістірілген CreateMesh функциясының шығыс мәліметтері.

Остердің дискретті мәндерінің облыстарын беру

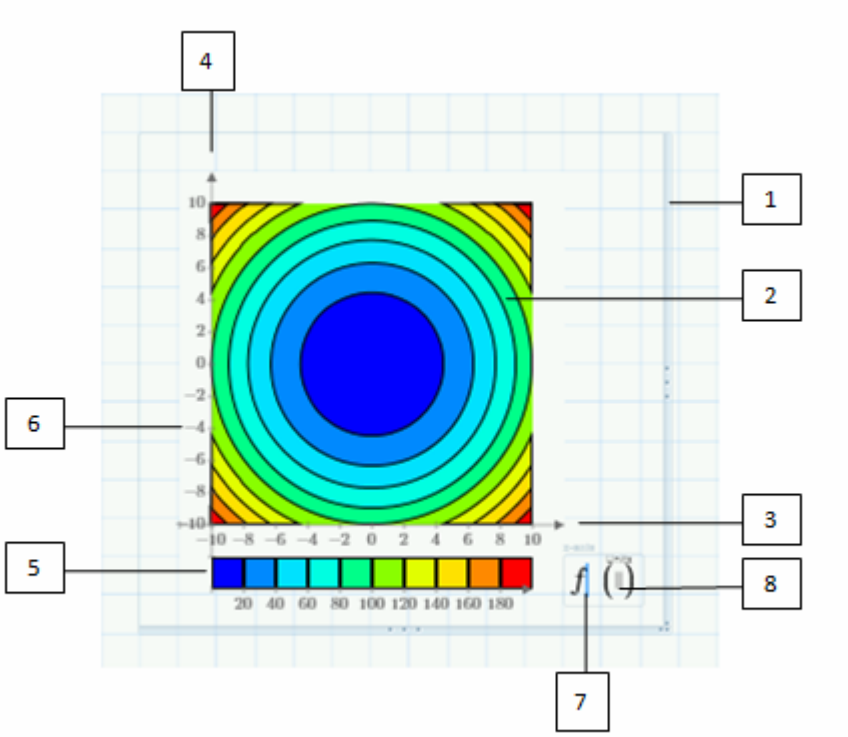
Қайтадан кірістірілген контурлық графиктің X, Y, Z остері үшін келісілген бойынша дискретті мәндерінің облысы -10-нан +10 дейін беріледі. Функцияларды, матрицаны немесе кірістірілген үш матрицадан векторды ендіргенде, остің өрнегін жазатын орын толтырғышта X, Y, Z остерінің дискретті мәндер облысы мәліметтердің барлық нүктелері орналасатындай етіп автоматты түрде өзгереді.

Кез келген остің дискретті мәндер облысын оның бөлгіштерінің мәндерін өзгерте отырып, қолмен түзетуге болады. Үш бөлгіш бар: *Төменгі шек бөлгіші* (Lower limit tick mark); *Интервалды бөлгіш* (Interval tick mark); *Жоғарғы шек бөлгіші* (Upper limit tick mark).

Контурдың мәндерін түсті шәкілдің бөліктерінде (Z осі) тікелей көрсетуге болады. XY графиктеріне қарағанда, Z осі үшін мәндерді келісілген бойынша қалпына келтіру үшін барлық үш бөлгіштің мәндерін өшіру керек.

Контурлық графиктің компоненттері

Контурлық графиктер 3D-мәліметтерді 2D-графиктерде көрсетуге мүмкіндік береді. Әрбір контур z-тің бір мәнін білдіреді. Z осіндегі бөлгіштерді өзгертіп, контурларды басқаруға болады.



Сурет 7.3. Контурлық графиктің компоненттері

1. Графиктің облысы;
2. Контур;
3. X осі;
4. Y осі;
5. Z осі және түстік шәкіл;
6. Бөліктің мәні;
7. Ос өрнегі;
8. Өлшем бірліктің орын толтырғышы.

Контурлық графиктің компоненттерімен жұмыс

Контурлық графиктерді XY графиктері секілді түзетуге және форматтауға болады. Дегенмен, бірнеше ерекшеліктер бар.

- Қисық сызық типі. Контурлық графикте қисық сызық типін өзгертуге болмайды, бірақ оның стилін яғни, қалыңдығын, түсін және сызық түрін өзгертуге болады.
- Остің өрнегін тасымалдау. Остің өрнегін тасымалдауға болмайды.
- Контур сызықтары. Контур сызықтарын көрсетуге және жасыруға болады.
- Контур мәндері. Контур мәндерін көрсетуге және жасыруға болады.
- Түстік схема. 7 түстік схеманың бірін таңдауға болады.

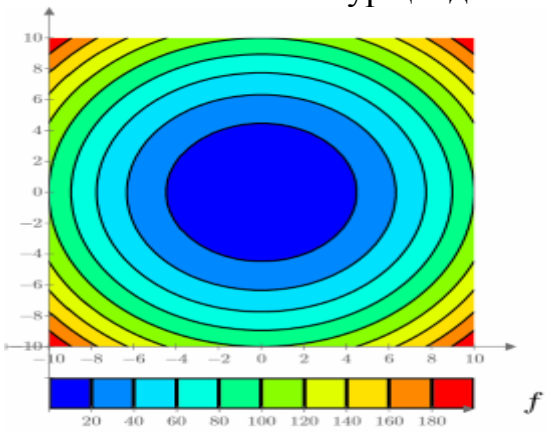
Контурлық графикті тұрғызу **:**

1) құжатта контурлық графикті орналастыратын орынды шертіп, Ctrl+5 пернелерін басыңыз. Контурлық графиктің бос облысы пайда болады. Сонымен қатар, *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *График кірістіру* (Insert Plot) тізімнен *Контурлық график* (Contour Plot) пунктін таңдауға болады.

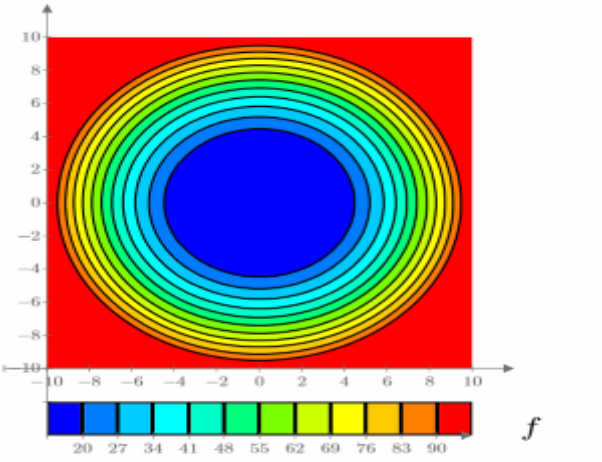
2) Екі айнымалы функцияны, матрицаны немесе үш матрицадан векторды анықтаңыз:

$$f(x,y) := x^2 + y^2$$

3) Z осі үшін өрнектің орын толтырғышында функцияның атын аргуметсіз ендіріп, ЕНДІРУ пернесін басыңыз. График облысында контурлық график көрінеді, ал X осінің астында түстік шәкіл көрінеді. Ескерту: Келісілген бойынша он контур қолданылады.



4) Контурлардың санын өзгерту үшін Z осінің жоғарғы шек бөлгішін өзгерту керек.



Ескерту: Интервал бөлгіші автоматты түрде тағайындалып, сәйкесінше контурлардың саны өзгереді.

5) Контурлардың нақты бір санын алу үшін мысалы, үш контур болу үшін, бөлгіш мәндерін келесі түрде беріңіз:

а) ULTM жоғарғы шек бөлгішін беріңіз

$$ULTM := 90$$

б) LLTM төменгі шек бөлгішін беріңіз

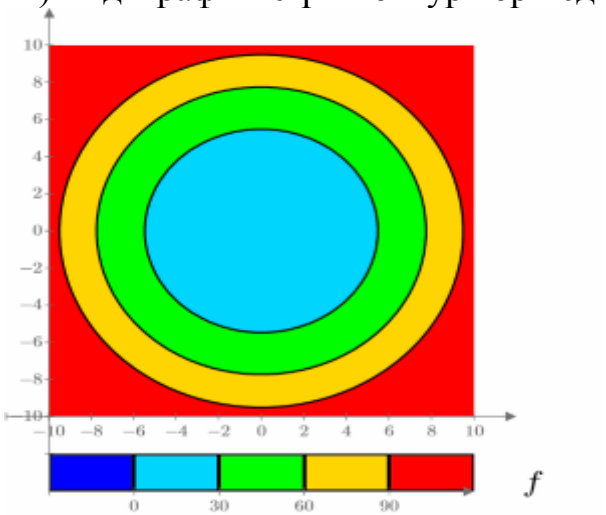
$$LLTM := 0$$

в) өрнек мәні 3 болу үшін ITM интервал бөлгішін беріңіз

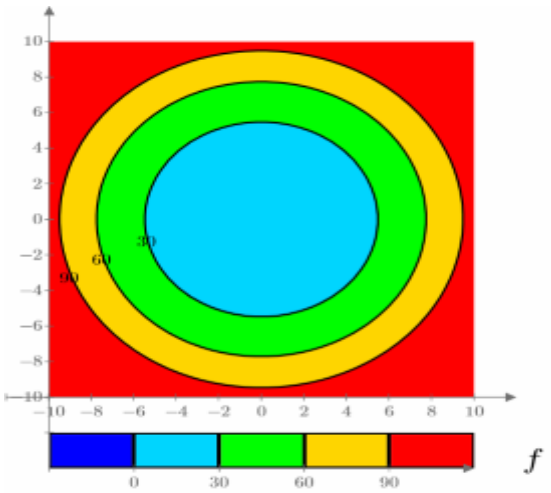
$$ITM := 30$$

$$\frac{ULTM - LLTM}{ITM - LLTM} = 3$$

г) Енді графикте үш контур көрінеді.

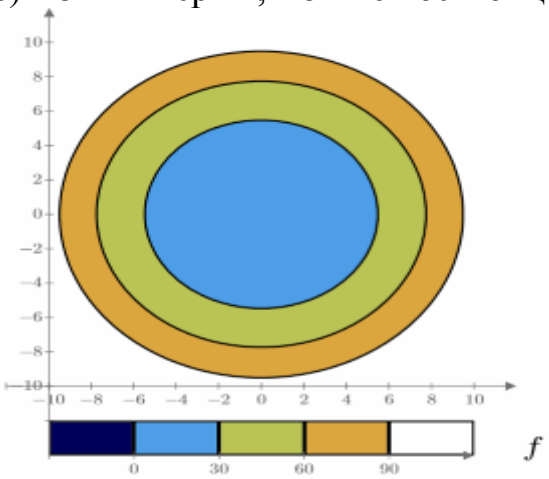


6) Контурлардың мәндерін көрсету үшін *Стильдер* (Styles) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Контур мәндері* (Contour Values) пунктін таңдаңыз.



Контурлардың мәндерін жасыру үшін *Стильдер* (Styles) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Контур мәндері* (Contour Values) пунктін тағы бір рет таңдаңыз.

7) *Топографикалық* (Topographical) түстік схеманы қолдану үшін, *Стильдер* (Styles) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Түстік схема* (Color Scheme) тізімін шертіп, тізімнен осы опцияны таңдаңыз.



Функция графигін тұрғызғаннан кейін оны форматтамау үшін, X және Y остерінің диапазондарын басқару үшін CreateMesh функциясын пайдалануға болады. Сонымен қатар, CreateMesh функциясы контурлық графикадағы тордың өлшемін басқаруға және функцияларды декарттық координатқа аударуға мүмкіндік береді.

7.5. Mathcad Prime 2.0 ортасындағы 3D-графиктер

Мәндерді векторлар немесе 3D-мәліметтер түрінде қабылдайтын екі айнымалы функцияларды визуалдау үшін үш өлшемді графиктер қолданылады.

3D-графиктер үшін кіріс мәліметтері. 3D-графиктер мәліметтердің келесі типтерін қабылдайды:

- екі айнымалы функция;

- x, y және z координаттарын анықтайтын үш элементтен тұратын бір немесе екі параметрлер үшін мәндерді векторлар түрінде қабылдайтын функция;
- x, y және z координаттарын қамтитын үш бағаннан тұратын матрица;
- m*n матрицасындағы ұяшық индекстері x және y координаттарын білдіреді, ал ұяшық мәні z координатын білдіреді;
- x, y және z координаттарын көрсететін және CreateSpace функциясының шығыс мәліметтері болып табылатын үш вектордың векторы;
- x, y және z координаттарын көрсететін және CreateMesh функциясының шығыс мәліметтері болып табылатын үш кірістірілген матрицаның векторы.

3D-графиктердің стильдері. Қисық сызықтардың келесі типтеріне графиктер тұрғызуға болады:

- түйіндері торға жалғанған жазықтықтар;
- 2D-графиктерге ұқсас, бірақ үш өлшемді кеңістікте көрсетілетін қисық сызықтар;
- жекелеген нүктелермен көрсетілетін шашыраңқы мәліметтер. Графиктің стилін форматтаудың көмегімен жазықтық пен қисық сызықты бейнелеуден шашыраңқы мәліметтерді бейнелеуге ауысуға болады. Остердің дискретті мәндерінің облыстарын беру.

Қайтадан кірістірілген 3D-графиктің барлық остері үшін келісілген бойынша дискретті мәндердің облысы -10 мен +10 дейінгі аралықта беріледі. Ос өрнегінің орын толтырғышына функцияларды, матрицаларды немесе векторды ендірген кезде остердің дискретті мәндер облысы автоматты түрде мәліметтердің барлық нүктелері орналасатындай етіп, өзгереді.

Ості таңдағаннан кейін ості таңдау элементінде кез келген остің дискретті мәндерінің облысын өзгертуге болады. Ол үшін бөлгіштердің бір немесе одан да көп мәндерін түзетеміз:

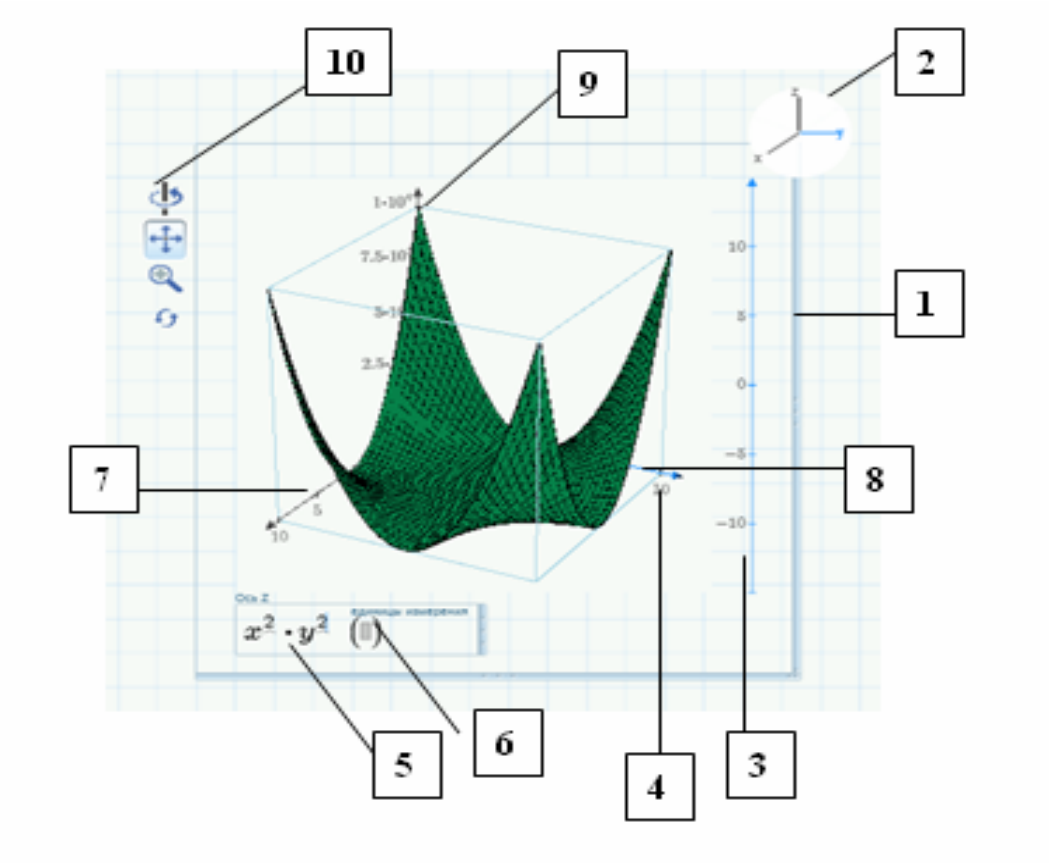
- Төменгі шекті бөлу (Lower limit tick mark)
- Интервалды бөлу (Interval tick mark)
- Жоғарғы шекті бөлу (Upper limit tick mark)

Жазықтықтың z мәнін анықтайтын екі айнымалы функцияның графигін құрған кезде бөлгіштердің мәндерін, графиктің төбесіндегі айнымалы-диапазон анықтағышын түзету арқылы немесе CreateSpace әйтпесе CreateMesh функцияларын қолдану арқылы графиктегі дискретті мәндердің облысын басқаруға болады.

Мәндерді вектор түрінде қабылдайтын функцияның графигін құрған кезде графиктегі дискретті мәндер облыстарының минималды және максималды шекараларын басқару үшін графиктің төбесінде айнымалы-диапазондарын көрсету керек.

3D-графиктердің компоненттері

3D-графиктер үш өлшемді мәліметтерді қарауды қамтамасыз етеді. Әрбір қисық сызыққа z мәндерінің көбісі сәйкес келеді.



Сурет 7.4. 3D-графиктердің компоненттері

1. Графика облысы;
2. Ості таңдау;
3. Түзетуге қол жетімді ос;
4. Бөліктің мәні;
5. Остің өрнегі;
6. Өлшем бірлік орын толтырғышы;
7. X осі;
8. Y осі;
9. Z осі;
10. Бұру (графикті басқа бұрыштан қарау)

3D-график компоненттерімен жұмыс

XY графиктері секілді 3D-графиктерді түзетуге, форматтауға және қарауға болады. Графиктің осы екі типтерінің арасында аз ғана өзгешеліктер бар:

1) *Бөліктің мәні* – бөліктің мәнін өзгертуден алдын ості таңдау элементінде ості таңдау қажет.

2) *Қисық сызық типі* - 3D-графиктің қисық сызық типін өзгертуге болмайды, бірақ график стилін өзгерту үшін және жазықтықты, қисық сызықты немесе шашыраңқы мәліметтерді бейнелеу үшін, сызықтарды көрсетуге немесе жасыруға болады.

3) *Жазықтықты толтыру* – жазықтық графиктері үшін жазықтықты толтыруды беруге болады.

4) *Нүктелер саны* – функциялардың 3D-графиктері үшін *Нүктелер саны* (Number of Points) опциясы графиктің бір мәнді екі айнымалысын басқарады. Егер әрбір бағыттағы торды басқару керек болса, онда графиктің төбесіндегі айнымалы-диапазондарын анықтаңыз.

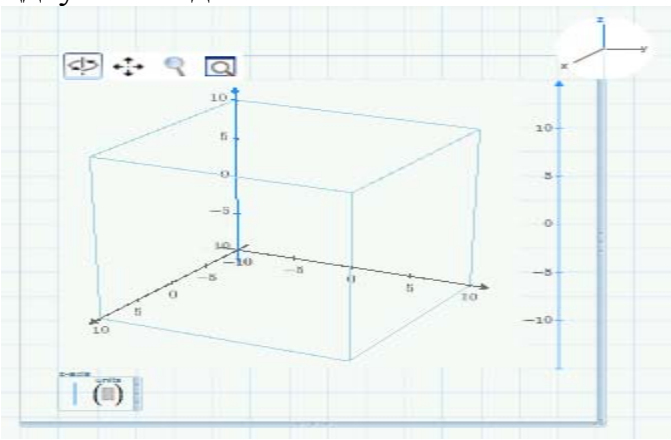
5) *Қарауды басқару* – меңзерді айналдыру, графикті панорамдау немесе маштабтау режимін беруге және графикті қарауды өзгертуге болады.

6) *Келешек* – графикті келешекте немесе олсыз көріп шығу мүмкін.

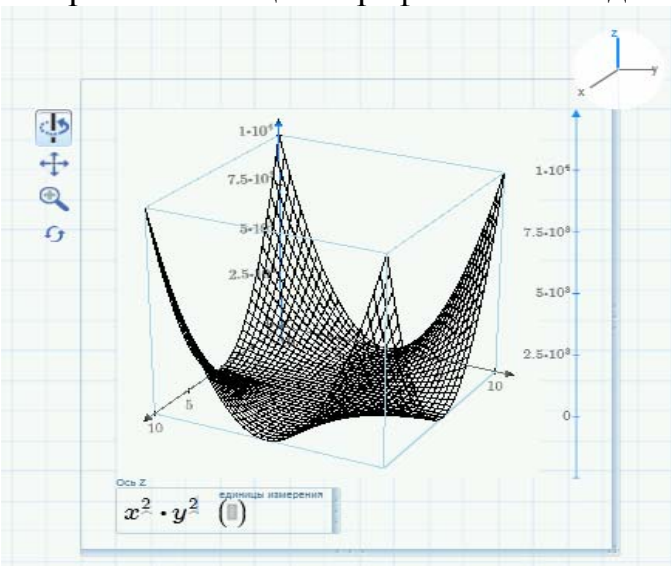
7) *Ос өрнегі* – ос өрнегінің орнын ауыстыруға болмайды.

3D-график тұрғызу **:**

1) Құжатта 3D-графикті кірістіру қажет болған жерді шертіп, Ctrl+3 пернелерін басыңыз. 3D-графиктің бос облысы пайда болады. Сонымен қатар, *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті кірістіру* (Insert Plot) тізімінен *3D-график* (3D Plot) таңдауға болады.

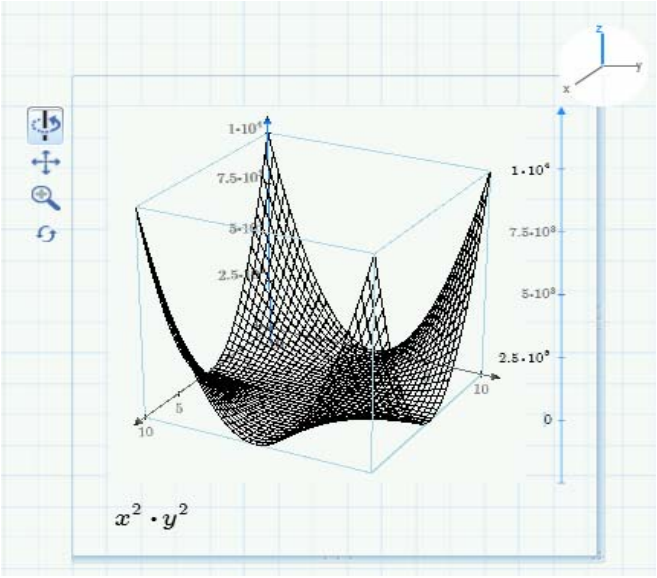


2) Өрнектің орын толтырғышында нақты мәліметтерді ендіріп, ЕНДІРУ пернесін басыңыз. График облысында 3D-график көрінеді.

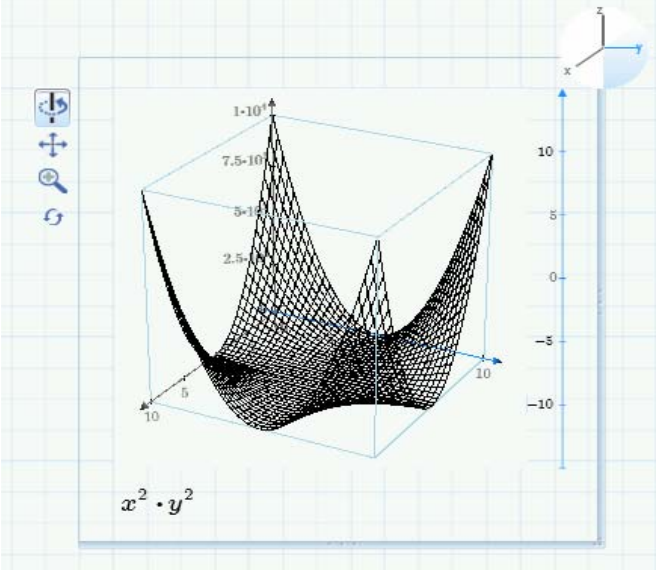


3D-графикте бөлгіштердің мәндерін түзету:

1) Түзету қажет болған 3D-график облысын шертіңіз.



2) Ості таңдау элементінде қажетті ості шертіңіз, мысалы Y осі. Ості таңдау элементінде және графикте таңдалған ос көк түске боялады.



3) Түзетілетін осте түзету қажет болған бөлгіш мәнін шертіңіз. Сонымен бірге, түзетілетін осте бөлгіштің келесі мәнін таңдау үшін Tab пернесін басуға немесе бөлгіштің алдыңғы мәнін таңдау үшін Shift+Tab перенелерін басуға болады.

Ескерту. Түзетілетін ос әрқашан тігінен көрінеді. Әрбір осте бөлгіштің тек бірінші, екінші және соңғы мәндерін түзетуге болады.

4) Таңдалған бөлгіштің мәнін өзгерту үшін мәнді келісілген бойынша өшіріңіз және есептегенде нақты нәтиже беретін нақты санды немесе өрнекті ендіріңіз.

5) «Ендіру» пернесін басыңыз. Остің барлық бөлгіштері сәйкесінше өзгереді.

Қарауды басқаруды қолдану.

Қарауды басқару элементтері 3D-графиктің түрін қалпына келтіру, айналдыру, панорамдау және маштабтау үшін қолданылады.

Айналу

- Форматталатын 3D-графиктің облысын және қарап шығуды басқару элементінде айналу белгісін шертіңіз.
- Графикті айналдыру үшін көрсеткішті тасымалдаңыз.

Панорамдау

- Форматталатын 3D-графиктің облысын және қарап шығуды басқару элементінде панорамдау белгісін шертіңіз.
- Қарап шығатын облыстың орнын ауыстыру үшін көрсеткішті тасымалдаңыз. Немесе кез келген жерді орталық көрініс қылу үшін графиктің кез келген жерін шертіңіз.

Масштабты үлкейту немесе кішірейту

3D-графикті түзеткен кезде көріністі үлкейту үшін тышқанның ортаңғы батырмасымен жоғары қарай жылжытыңыз немесе оны кішірейту үшін төмен қарай жылжытыңыз. Форматталатын 3D-графиктің облысын және қарап шығуды басқару элементінде маштабтау белгісін шертіңіз.

- *Көріністі үлкейту үшін* нақты облысты таңдап көрсеткішті тасымалдаңыз немесе маштабтау ортасы болуы қажет жерді тышқанның оң жақ батырмасымен шертіңіз.
- *Көріністі кішірейту үшін* маштабтау ортасы болуы қажет жерді шертіңіз.

Түрді қалпына келтіру

Форматталатын 3D-графиктің облысын және қарап шығуды басқару элементінде қалпына келтіру белгісін шертіңіз. Түр келісілген бойынша қалпына келеді.

Жазықтықты толтыруды өзгерту

1. 3D-графикте өзгеруі тиіс қисық сызық үшін остің өрнегін таңдаңыз.
2. *Стильдер* (Styles) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Жазықтықты толтыру* (Surface Fill) тізімінен түсті таңдаңыз.
3. Жазықтықты толтыруды өшіру үшін *Стильдер* (Styles) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Жазықтықты толтыру* (Surface Fill) тізімінде *Жоқ* (None) таңдаңыз.

7.6. Mathcad Prime 2.0-де декарттық, полярлық, контурлық және 3D-графиктерді тұрғызу мысалдары

Мысал 7.1.

$\sin(x)^3$ функциясының графигін тұрғызу [33]

Шешуі: Графикті тұрғызу үшін келесі әрекеттерді орындаймыз.

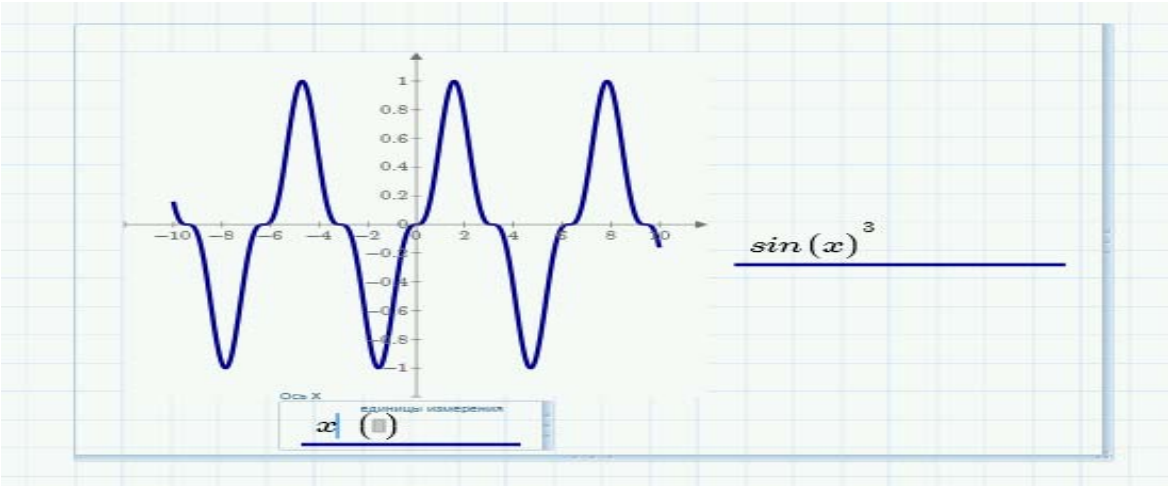
1) График тұрғызу үшін құжатта бос орынды шертіп, оның орнын анықтаймыз.

2) *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті кірістіру* (Insert Plot) пунктін, ал сосын - *XY графиктерін* (XY Plot) таңдаймыз. XY графигінің бос облысы пайда болады.

3) Y осінің (оң жағында) орын толтырғышында **sin (x)^3** функциясын ендіреміз.

4) X осінің (төменінде) орын толтырғышында x айнымалысын ендіреміз.

5) Enter пернесін басамыз. Сызықты қисық сызығы бар график пайда болады.



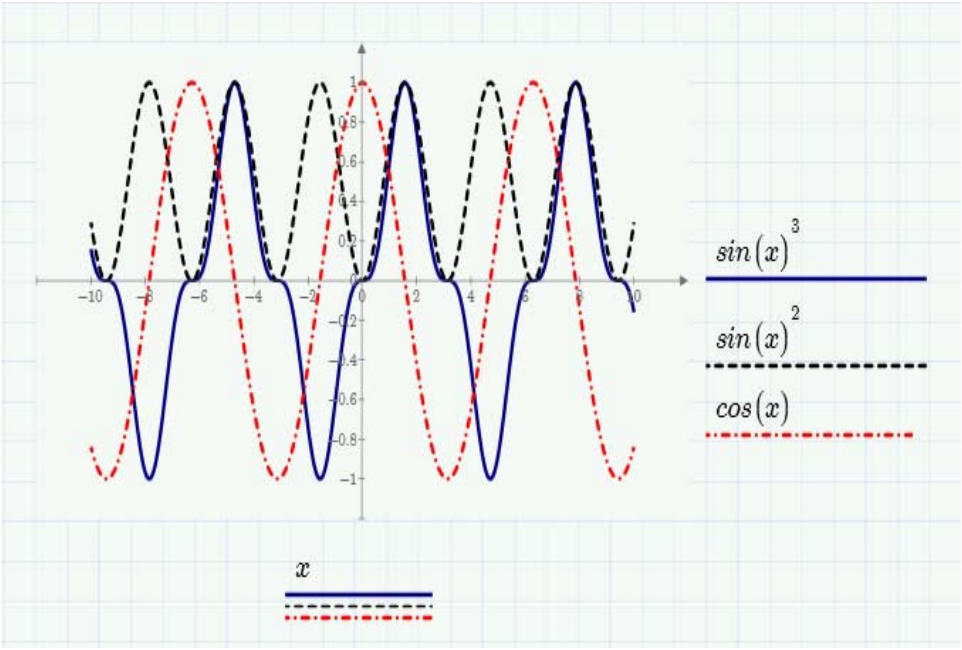
Мысал 7.2.

Бір графикте sin (x)^3, sin (x)^2, cos (x) функцияларын көрсету.

Шешуі: Графикті тұрғызу үшін 7.1. мысалысының шешуінде келтірілген әрекеттер тізбегін орындаймыз. Айырмашылығы тек Y осінің (оң жағында) орын толтырғышында барлық зерттеліп жатқан функцияларды яғни, sin (x)^3, sin (x)^2, cos (x)-ті ендіруіміз қажет. Функцияларды қосу үшін келесі тәсілдер қолданылады:

1) Shift+Enter пернелер бірлестігін таңдайды;

2) әйтпесе *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Қисық сызықты қосу* (Add Trace) таңдайды. Содан кейін остің орын толтырғышы пайда болады. Орын толтырғышқа жаңа функцияны ендіру қажет.



Мысал 7.3.

$r(\varphi) = a \cdot \cos(m \cdot \varphi)$ полярлық графигін тұрғызу

Шешуі:

1) Жұмыс парағының бос жеріне $r(\varphi)$ функциясын және соған тәуелді барлық айнымалыларды ендіреміз.

$$a := 10 \qquad m := 4$$

$$\varphi := -\pi, -\pi + \frac{\pi}{120} .. \pi$$

$$r(\varphi) := a \cdot \cos(m \cdot \varphi)$$

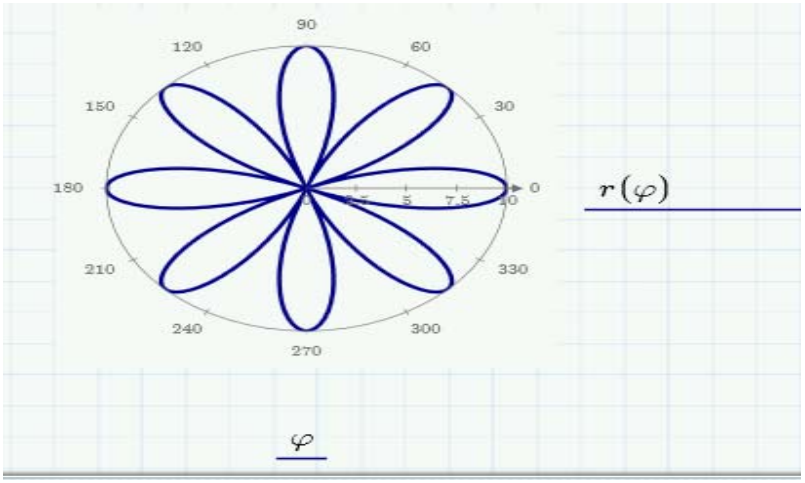
2) Полярлық график тұрғызу үшін құжатта орын таңдаймыз.

3) Ctrl+7 пернелерін басамыз. Полярлық графиктің бос облысы пайда болады. *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті кірістіру* (Insert Plot) тізімінен *Полярлық график* (Polar Plot) пунктін таңдауға болады.

4) Радиалды осітің (оң жағында) орын толтырғышында $r(\varphi)$ функциясын ендіреміз.

5) Бұрыштық остің (оң жағында) орын толтырғышында φ ендіреміз.

6) Enter пернесін басамыз. Сызықты қисық сызығы бар полярлық график пайда болады.



Мысал 7.4.

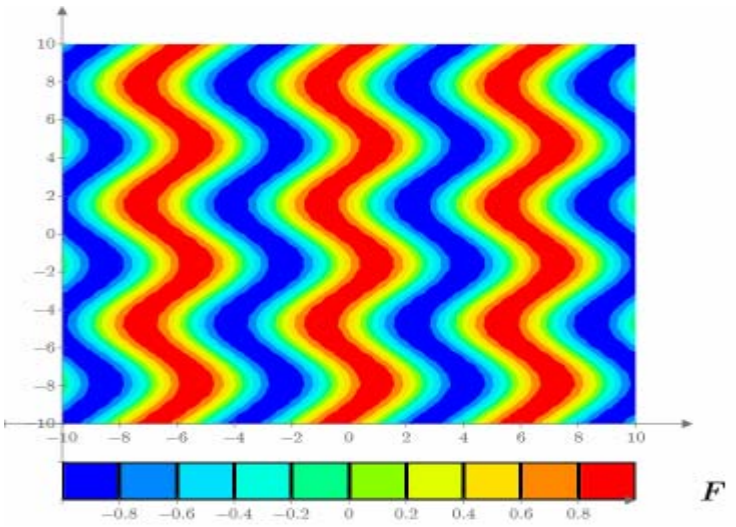
Функцияның контурлық графигін тұрғызу [34]. Екі айнымалы функциялардың изосызықтарын тұрғызу үшін контурлық графикті қолдану.

Шешуі:

1) F екі айнымалы функциясын береміз.

$F(x, y) := \cos(x + \sin(y))$

2) Функцияның контурлық графигін тұрғызамыз. Ол үшін құжатта контурлық графикті кірістіру керек болған жерді шертіп, Ctrl+5 пернесін басамыз. Контурлық графиктің бос облысы пайда болады. *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті кірістіру* (Insert Plot) тізімінен *Контурлық график* (Contour Plot) пунктін таңдауға болады.



F функциясының графигі тіктөрт бұрышты торда, остері бойынша дискретті мәндердің облысы -10 мен +10 дейінгі аралықта автоматты түрде тұрғызылады. Графиктегі бөлгіштің мәндерін қолмен немесе CreateMesh функциясы аргументтерінің көмегімен өзгертуге болады.

3) X дискретті мәндер облысының ақырғы нүктелерін ендіреміз:

$$xlow := 0$$

$$xhigh := 2 \cdot \pi$$

4) X дискретті мәндер облысының кесінділер санын ендіреміз:

$$xn := 20$$

5) Y дискретті мәндер облысының ақырғы нүктелерін ендіреміз:

$$ylow := 0$$

$$yhigh := 2 \cdot \pi$$

6) Y дискретті мәндер облысының кесінділер санын ендіреміз:

$$yn := 20$$

7) Мәндер торын құру үшін CreateMesh функциясын қолданамыз:

$$F := \text{CreateMesh}(F, xlow, xhigh, ylow, yhigh, xn, yn)$$

8) CreateMesh функциясы қайтаратын мәліметтер графигін тұрғызамыз.

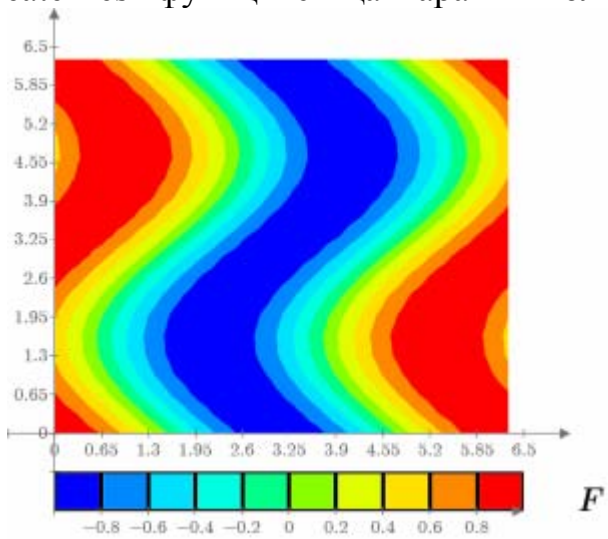


График XY жазықтығының бірінші тіктөрт бұрышында бір нүктеге жинақталған, ал графиктің ені 2π құрайды.

Мысал 7.5.

z1 (x,y):=x^2 +y^2 және z2 (x,y):= - (x^2 +y^2) функцияларының графиктерін тұрғызу№

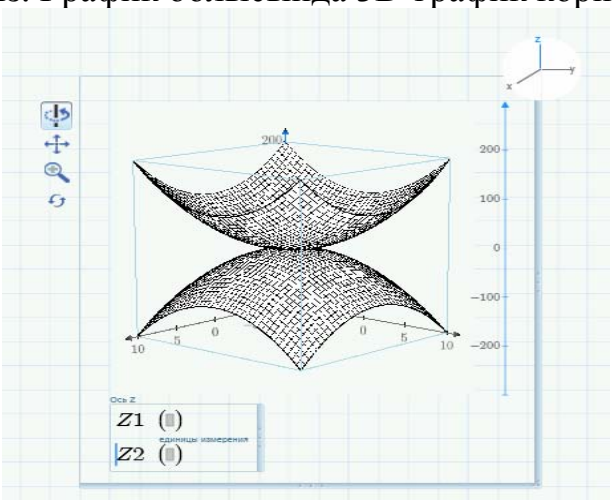
Шешуі: График тұрғызу үшін әрекеттер тізбегін орындаймыз.

1. Жұмыс парағының бос жеріне функцияларды ендіреміз:

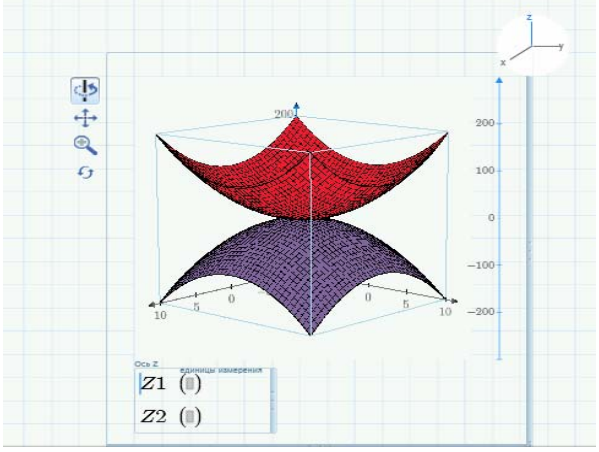
$$Z1(x,y) := x^2 + y^2$$
$$Z2(x,y) := -(x^2 + y^2)$$

2. Құжатта 3D-графикті кірістіретін жерді таңдап, Ctrl+3 пернелерін басамыз. 3D-графиктің бос облысы пайда болады. Немесе *Қисық сызықтар* (Traces) тобындағы *Графиктер* (Plots) жапсырмасында *Графикті кірістіру* (Insert Plot) тізімінен *3D-график* (3D Plot) пунктін таңдауға болады.

3. Орын толтырғышқа Z1, Z2 функцияларын ендіріп, Enter пернесін басамыз. График облысында 3D-график көрінеді:



4. Графикте әрбір функцияны жекелеп ерекшелеу үшін *Жазықтықты құю* командасын қолданамыз. Ол үшін *Графиктер* жапсырмасында *Стильдер* тізімінен *Жазықтықты құюды* таңдау қажет. Z1 (x,y) функциясының жазықтығын қызыл түске, ал z2 (x,y)-ті күлгін түске бояймыз.



Тәсіл1

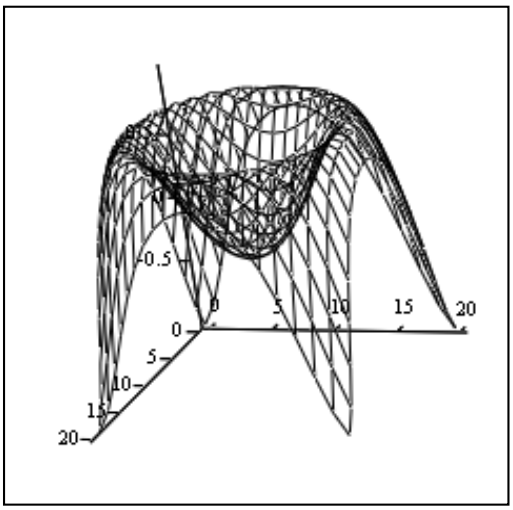
$f(x,y) := \sin\left(x^2 + y^2\right)$

$i := 0..20 \qquad j := 0..20$

$x_i := -1.5 + i \cdot 0.15$

$y_j := -1.5 + j \cdot 0.15$

$MT_{i,j} := f\left(x_i, y_j\right)$

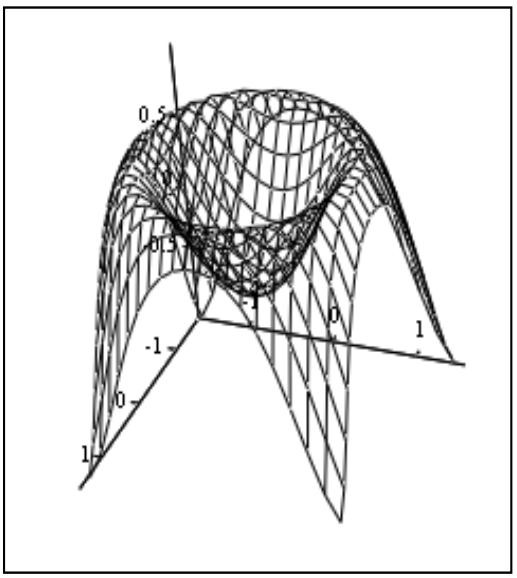


MT

Тәсіл 2

$f(x,y) := \sin\left(x^2 + y^2\right)$

$MM := CreateMesh(f, -1.5, 1.5, -1.5, 1.5, 20, 20)$



MM

Өзіндік жұмыс үшін тапсырмалар

Тапсырма 7. 1. Функциялардың графиктерін тұрғызыңыз.

Нұсқа	Бір айнымалы функция	Координаттардың полярлық жүйесі	Екі айнымалы функция
1	$y = \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$	$x = t^3 - 3\pi$ $y = t^3 - 6 \cdot arctg(t)$	$z = \sin\left(\frac{x}{y}\right)\cos\left(\frac{y}{x}\right)$
2	$y = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}$	$x = 4\cos^2(t)$ $y == 4\sin^2(t)$	$z = \frac{1}{arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$
3	$y = \ln(3x) + \frac{\exp(-3x)}{\sqrt{x}}$	$x = sh(t) - t$ $y = ch(t) - 1$	$z = x^3 y - xy^3$
4	$y = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{1 - x}$	$x = t$ $y = t + 2arctg(t)$	$z = \exp\left(-\frac{x}{y}\right)$
5	$y = \frac{x^2}{x^3 + 1}$	$x = 2 \cdot (3\cos(t) + \cos(3t))$ $y = 2 \cdot (3\sin(t) + \sin(3t))$	$z = 4.25x \cdot \exp(-t) +$

6	$y = \sin(x) - 4\cos(x)$	$x = t^3 + 3t + 1$ $y = t^3 - 3t + 1$	$z = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$
7	$y = x^2 \cdot tg(x)$	$x = \frac{3t}{1 + t^3}$ $y = \frac{3t^2}{1 + t^3}$	$z = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2}\right)$
8	$y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\cos(x)}$	$x = t \cdot \exp(t)$ $y = t \cdot \exp(-t)$	$z = \ln\left(tg\left(\frac{x}{y}\right)\right)$
9	$y = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$	$x = 3t + 1$ $y = t^3 + 2t$	$z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$
10	$y = \left(1 + x^2\right)\arccos(x)$	$x = t + \exp(-t)$ $y = 2t + \exp(-2t)$	$z = x^{x \cdot y}$
11	$y = \sqrt{x^3}\, arctg(x)$	$x = \frac{t}{t + 3}$ $y = \frac{2t^2 + 3t}{(t + 3)^2}$	$z = (1 + \lg(x))^y$
12	$y = \sin(x) \cdot \arcsin(x)$	$x = \ln\left(t + \sqrt{t^2}\right)$ $y = t\sqrt{t^2 + 1}$	$z = \frac{x + y}{x - y}$
13	$y = \frac{x^2 - 1}{\lg(x)}$	$x = 6\cos(t) - 3\cos(2t)$ $y = 6\sin(t) - 3\sin(2t)$	$z = \frac{1}{2}\ln\left(x^2 + y^2\right)$
14	$y = x \cdot \cos(x) \cdot \ln(x)$	$x = t\sqrt{t^2 + 1}$ $y = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 + t^2}}{t}\right)$	$z = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$
15	$y = \exp(x) \cdot (tg(x) - x)$	$y = a(1 + \cos(\varphi))$	$z = 2\sqrt{\frac{1 - \sqrt{xy}}{1 + \sqrt{xy}}}$

Тапсырма 7.2. $f1(x, y) := \frac{(x + y)^2}{10}$ және $f2(x, y) := 5\cos\left(\frac{x - y}{3}\right)$ жазықтықтарының қиылысуын график түрінде көрсету. Жазықтықтарды тұрғызу үшін CreateMesh функциясының көмегімен матрицаларды беруге болады.

Бақылау сұрақтары:

1. Mathcad Prime 2.0-де график тұрғызудың әдістерін атап шығыңыз.
2. Mathcad-та функциялардың графигін тұрғызудың жылдам әдісін іске асыру.
3. Mathcad-та функциялар графигі остерінің өлшемі өзгерген кезде әрекеттер реттілігі.
4. Бір жүйелі координатта бірнеше графиктерді қалай тұрғызуға болады?
5. XY графигін қалай тұрғызуға болады?
6. Тұрғызылған графикті қалай форматтауға болады?
7. Параметрлеп берілген қисық сызықтың графигін қалай форматтауға болады?
8. Mathcad Prime 2.0 ортасында график тұрғызудың негізгі ерекшеліктерін атап шығыңыз.
9. Контурлық графикті қалай форматтауға болады?
10. *CreateMesh, CreateSpace* функциялары не үшін қолданылады?

ҚОРЫТЫНДЫ

Mathcad дүние жүзінде үлкен беделге ие болды [35,36]. Жыл сайын Mathcad-тың жаңа нұсқалары баспада жариялануда, оның интерфейсі жақсаруда, кейбір функцияларының мүмкіндіктері кеңейтілуде және Интернетте жұмыс жасау жеңілдетілуде.

Mathcad күрделі есептеулерді программалауға арналмаған. Ол үшін Mathlab жүйесі, Fortran және C++ тілдері бар. Ол қуатты микрокалькулятор ретінде құрылған, инженерлік тәжірибедегі кунделікті есептерді шешуге мүмкіндік береді: алгебралық немесе дифференциал теңдеулерді тұрақты және айнымалы параметрлерімен бірге есептеу; функцияларды талдау жасау, экстремумдарын іздеу; сандық және аналитикалық дифференциалдау және интегралдау; табылған шешімдері талдау кезінде кестелер мен графиктерді шығару [37].

Mathcad-тың басқа есептеу орталарынан артықшылығы есептер шешудегі жеңілдігі мен көрнекілігі, күрделі математикалық есептеулерді бейнелеуі, кестелер, графиктер және текст қатынасқан жоғары сапалы техникалық есептерді (отчеттерді) жасау мүмкіндігі, сонымен қатар бұл ортада программа құрудың қарапайымдылығы болып табылады [38-40].

Оқу құралы MathCAD Prime 2.0 ортасын математикалық және өзге де қолданбалы есептерді шешу үшін, жоғары дәлдікті нәтижелер алу үшін және ғылыми-зерттеу жұмысында есептеу амалдарын орындау барысында пайдалану мақсаттарында өз бетімен оқып-үйренуге көмектеседі.

Оқу құралында ұсынылған бөлімдер: MathCAD Prime 2.0 ортасында жұмыс жасаудың негізгі тәсілдері; MathCAD Prime 2.0 ортасында матрицалармен жұмыс жасау; MathCAD Prime 2.0 ортасында символдық есептеулер жүргізу; MathCAD ортасында сызықты теңдеулер жүйесін шешу; MathCAD Prime 2.0 ортасында функцияларды қолдану; MathCAD Prime 2.0 ортасында программалау негіздері; MathCAD-та функциялар графиктерін тұрғызу MathCAD Prime 2.0 мүмкіндіктері туралы жалпы түсініктерді қалыптастырады.

Оқу құралында келтірілген мысалдардың шешімдері MathCAD Prime 2.0 ортасында алынған. Материалдар қарапайымнан күрделіге қарай бейнеленген.

Әрбір бөлімнің соңында оқып үйренген материалды бақылау үшін тапсырмалар берілген. Бұл тапсырмаларды орындау осы ортада тәжірибелік жұмыс дағдысын бекітуге тиімді әсер етеді.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Тарасевич Ю.Информационные технологии в математике. - М.: СОЛОН-Пресс, 2003. - 144 с.
2. Philip Pritchard. Mathcad: A Tool for Engineering Problem Solving. 2 edition, 2011.– 203p.
3. Hans Wesselingh and Hans de Waard. Calculate & Communicate with Mathcad Prime. VSSD, 2012.- 212p.
4. Ракитин В.И. Руководство по методам вычислений и приложения MATHCAD. –М.: Физматлит, 2005.- 264 с.
5. http://www.ptc.com/appserver/cs/doc/refdoc.jsp
6. http://www.intuit.ru/department/mathematics/basemathcad/
7. http://communities.ptc.com/community/mathcad
8. http://www.mathcad.com/library/
9. http://communities.ptc.com/docs/DOC-3621
10. Панферов А.И., Лопарев А.В., Пономарев В.К. Применение MATHCAD в инженерных расчетах: Учебное пособие. - СПб.: ГУАП, 2004. - 88 с.
11. Плис А., Сливина Н.. Mathcad. Математический практикум для инженеров и экономистов. –М.: Финансы и статистика, 2003. -656с.
12. Макаров Е. Инженерные расчеты в MathCAD. Учебный курс. - СПб.:Питер, 2005. - 448 с.
13. Ивановский Р. Компьютерные технологии в науке. Практика применения систем Mathcad Pro. – М.: Высшая школа. 2003. 431 с.
14. Половко А. М., Ганичев И. В. Mathcad для студента. - СПб: БХВ-Петербург, 2006. -336с.
15. Алябьева С.В., Борматова Е.П. и др. MathCAD для студентов. - Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2007. 120 с.
16. Дьяконов В.П.. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. - М.: СОЛОН-Пресс, 2004. - 832с.

17. Черняк А., Черняк Ж., Доманова Ю. Высшая математика на базе Mathcad. Общий курс. - СПб.:БХВ-Петербург, 2004. -608с.
18. http://mas.exponenta.ru
19. Охорзин В.А.Оптимизация экономических систем. Примеры и алгоритмы в среде Mathcad. - М.: Финансы и статистика, 2005.- 144с.
20. Алексеев А.А., Задевалова Г.Э. Методы оптимизации в инженерных расчетах в системе Mathcad: Методическое пособие для студентов технологических специальностей. - Улан-Удэ: Издательство ВСГТУ, 2006. - 48 с.
21. Яньков В.Ю., Якушина Н.А. Лабораторный практикум по моделированию в пакете Mathcad. Модуль 2: Работа со встроенными функциями в Mathcad. - М.: МГУТУ, 2009. - 29 с.
22. Алексеев Г.В., Холявин И.И. Численное экономико-математическое моделирование и оптимизация: учебное пособие. - Гатчина: ГИЭФПТ, 2011. - 209 с.
23. Каплан А.В., Овечкина Е. В., Мащенко М. В. , Каплан В. Е., Поршнев С. В. Компьютерный анализ и интерпретация эмпирических зависимостей. – М.: Корона-Принт,2010. -336с.
24. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. –СПб.: БХВ-Петербург, 2003. -464с.
25. Охорзин В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD. - . –СПб.: Лань, 2009. -352с.
26. Воскобойников Ю.Е. Регрессионный анализ данных в пакете Mathcad. - – СПб.: Лань, 2011. -224с.
27. Воскобойников Ю.Е., Очков В.Ф. Программирование и решение задач в пакете MathCAD: Учебное пособие. - Новосибирск: НГАСУ, 2002. - 136 с.
28. http://www.pts-russia.com/
29. Кирьянов Д. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. –СПб.: БХВ-Петербург, 2012. -432с.
30. http://mcs.ptc.com/mcs/

31. http://ru.ptc.com/product/mathcad/resource-center
32. Богатова С.В., Бухенский К.В., Карасев И.П., Лукьянова Г.С. Исследование функций и построение графиков в среде Mathcad: Практикум. - Рязань: РГРА, 2009. - 31 с.
33. Есипенко Д.Г., Эксаревская М.Е. Mathcad: математический практикум. Часть 2. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2003. - 62 с.
34. Гурьяшова Р.Н., Шеянов А.В. Информатика. Пакет Mathcad: Учебное пособие. - Н. Новгород: Изд-во ФГОУ ВПО ВГАВТ, 2005. - 140 с.
35. Охорзин В.А.. Компьютерное моделирование в системе Mathcad. -М.: Финансы и статистика, 2006.- 144с.
36. Бедарев И.А., Белоусова О.Н., Федорова Н.Н. Численные методы решения инженерных задач в пакете MathCAD: учебное пособие. - Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2005. - 96 с.
37. Ивановский Р.. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad. - М.: БХВ-Петербург, 2008.- 528с.
38. Радченко Т.А., Дылевский А.В. Статистический анализ данных в пакете Mathcad: Учебное пособие. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 23 с.
39. Каганов В.. Компьютерные вычисления в средах Excel и Mathcad. - М.:Горячая линия – Телеком, 2011 . - 328с.
40. Поршнев С. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием пакета Mathcad. Учебное пособие.- М.: Горячая линия - Телеком, 2002. . - 252с.

Құрақбаева Севара Жұмағалиқызы

MATHCAD PRIME 2.0 ОРТАСЫНДА КОМПЬЮТЕРЛІК ЕСЕПТЕУЛЕР

Оқу құралы

Подписано к печати «___»._____.____. Формат 60x84 1/16
Бумага типографическая. Печать офсетная. Объем 7,5 п.л.
Тираж 500 экз. Заказ № _____

Типография «Әлем»,
г. Шымкент, ул. Г. Иляева, 7